

# ФИЗИКА

ПОДПИСНАЯ НАУЧНО-ПОПУЛЯРНАЯ СЕРИЯ

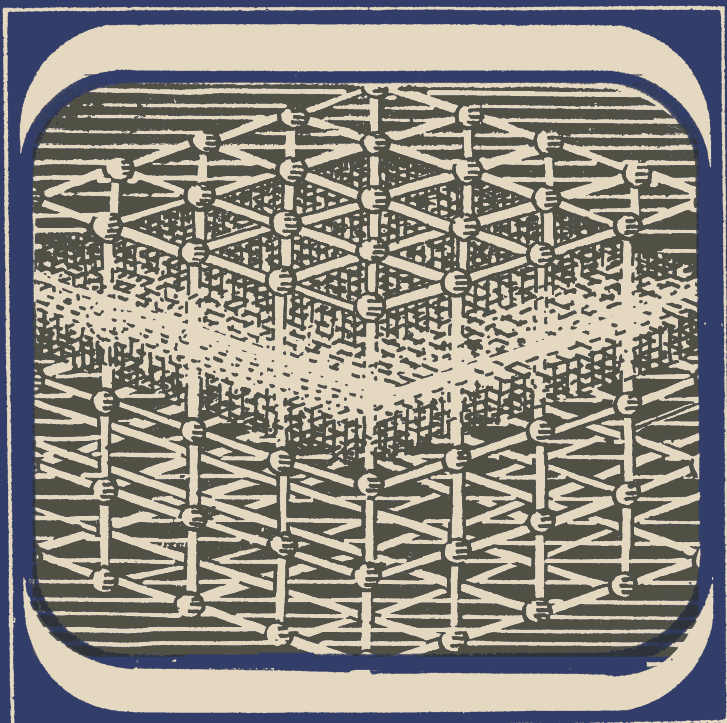


1983/9

В.Н.Луцкий

Т.Н.Пинскер

## РАЗМЕРНОЕ КВАНТОВАНИЕ



### ЗНАНИЕ

НОВОЕ В ЖИЗНИ, НАУКЕ, ТЕХНИКЕ

НОВОЕ В ЖИЗНИ, НАУКЕ, ТЕХНИКЕ

ПОДПИСНАЯ НАУЧНО-ПОПУЛЯРНАЯ СЕРИЯ

**ФИЗИКА**

9/1983

Издается ежемесячно с 1967 г.

В. Н. Луцкий,

Т. Н. Пинскер

**РАЗМЕРНОЕ  
КВАНТОВАНИЕ**

Издательство «Знание» Москва 1983

Вилия Наумович ЛУЦКИЙ, доктор физико-математических наук, Татьяна Николаевна ПИНСКЕР, кандидат физико-математических наук. Основные работы авторов — в области теоретического и экспериментального исследования квантового размерного эффекта в твердых телах.

Рецензент: доктор физико-математических наук, профессор Моисей Исаакович Каганов.

---

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . . .	3
I. Квантовый размерный эффект в пленках твердых тел . . . . .	4
1. Основные теоретические представления . . . . .	5
2. Новые возможности исследования электронного энергетического спектра твердых тел в условиях размерного квантования . . . . .	13
II. Эффекты размерного квантования в слоях пространственного заряда в полупроводниках . . . . .	29
1. Двумерный электронный газ в инверсионных и обогащенных слоях на поверхности полупроводников . . . . .	30
2. Использование квантового эффекта Холла для прецизионного определения атомной постоянной тонкой структуры . . . . .	44
3. Размерное квантование электронов в гетеропереходах $\text{GaAs}-\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ . . . . .	50
Заключение . . . . .	63
Литература . . . . .	64

---

**Луцкий В. Н., Пинскер Т. Н.**

**Л 87** Размерное квантование. — М.: Знание, 1983. — 64 с. — (Новое в жизни, науке, технике, Сер. «Физика»; № 9).

11 к.

В научно-популярной форме описываются свойства двумерного электронного газа в кристаллах в тонких пленках, слоях пространственного заряда на поверхности полупроводников и гетеропереходах. Обсуждаются механизмы образования двумерных электронных систем и условия их реализации. Перечислены основные направления фундаментальных и прикладных исследований двумерных электронных систем; изложены результаты этих исследований.

Брошюра рассчитана на читателей, интересующихся проблемами и достижениями современной физики.

**1705040000**

**ББК 22.314**  
**530.1**

## ВВЕДЕНИЕ

Не часто в истории физики случается так, чтобы чисто «твердотельные» эффекты шагнули далеко за рамки своей области, в такие далекие разделы науки, как физика элементарных частиц и квантовая электродинамика, и приобрели общезначимое значение. Первый раз это произошло при исследовании сверхпроводимости.

Второй — совсем недавно — при исследовании двумерных электронных систем. Обнаруженное здесь новое явление — квантовый эффект Холла — позволило с высочайшей точностью определить атомную постоянную тонкой структуры — величину, играющую важную роль в квантовой электродинамике. Это яркий, но не единственный пример интересных физических явлений в двумерных электронных системах, о которых и пойдет речь в данной брошюре.

Систему электронов называют двумерной, если частицы в ней обладают только двумя степенями свободы: они могут свободно двигаться в плоскости, а движение в третьем измерении запрещено или ограничено. Ограничение движения электронов в одном из направлений приводит к коренной перестройке их энергетического спектра и тем самым — к существенному изменению свойств электронных систем. Одно и то же вещество может обладать совершенно различными свойствами в зависимости от того, созданы в образце условия, ограничивающие движение электронов, или нет.

Двумерные электронные системы можно создать, используя квантовый размерный эффект. Под термином «размерный эффект» понимают зависимость свойств твердого тела от его геометрических размеров, когда по крайней мере один из них сравним с характерной физической величиной, имеющей размерность длины.

В качестве примера такой характерной физической величины можно назвать среднюю длину свободного пробега электронов в кристалле. Когда размер образца (скажем, его толщина) становится сравнимым с длиной свободного пробега, большое число электронов начинает испытывать соударения с поверхностью. Это приводит к их дополнительному (поверхностному) рассеянию, что, в свою очередь, меняет кинетические характеристики исследуемого объекта, например, его электропроводность.

Длина свободного пробега не является, конечно, единственной физической величиной, определяющей существование размерных эффектов. Можно назвать целый ряд величин, которые диктуют зависимость свойств кристалла от его геометрических размеров.

К таким величинам относятся, например, диффузионная длина, длина экранирования и т. п. Это все — классические величины, и поэтому соответствующие размерные эффекты носят название *классических*.

**Квантовый** размерный эффект имеет место в том случае, когда роль характерной физической длины играет существенно квантовая характеристика — электронная длина волны де Бройля.

Приоритет в исследовании двумерных электронных систем принадлежит советским ученым. Первая теоретическая работа по квантовому размерному эффекту была выполнена И. М. Лифшицем и А. М. Косевичем в 1953 г. Следующий этап развития этой области физики твердого тела начался в 60-е гг., после того как в Институте радиотехники и электроники АН СССР (в группе В. Н. Луцкого) на пленках Вi был впервые обнаружен квантовый размерный эффект (1965 г.). В 1966 г. было опубликовано первое сообщение об измерении магнитосопротивления двумерного электронного газа на поверхности Si американскими исследователями.

Интерес к исследованиям двумерных электронных систем вначале был связан с обнаружением самого явления размерного квантования. Однако широкое развитие эти исследования получили потому, что представившаяся возможность управления свойствами электронов открывает новые перспективы научного и прикладного характера. Кроме того, объекты с двумерным электронным газом являются удобной модельной системой для исследования тонких физических эффектов.

Разнообразные проявления квантового размерного эффекта в тонких пленках в первую очередь представляют интерес с точки зрения исследования зонной структуры твердых тел, так как они позволяют получить такую информацию, которую нельзя извлечь из исследования массивных кристаллов.

Прикладное значение исследований двумерного электронного газа связано с возможностью построения на основе квантового размерного эффекта принципиально новых элементов для микро- и оптоэлектроники, а также с возможностью значительного улучшения параметров (например, быстродействия) уже существующих приборов.

Для исследования свойств двумерного электронного газа в твердом теле используются тонкие пленки полуметаллов, полупроводников и металлов; слои пространственного заряда на поверхности полупроводников; гетеропереходы GaAs—GaAlAs.

Отметим, что существует интересная двумерная система — электроны в вакууме, прижатые электрическим полем конденсатора к поверхности жидкого гелия, твердого водорода или твердых инертных газов. Эта система, однако, не является твердотельной и рассмотрение ее выходит за рамки нашей темы.

## **I. КВАНТОВЫЙ РАЗМЕРНЫЙ ЭФФЕКТ В ПЛЕНКАХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ**

Рассмотрение свойств двумерного электронного газа начнем с явления размерного квантования в тонких пленках металлов, полуметаллов и полупроводников.

## 1. Основные теоретические представления

Попытаемся дать ответ на вопрос о том, как описывается поведение электронов в массивном кристалле и что происходит с их свойствами при переходе от монокристалла больших размеров к тонкой пленке.

**Микроскопические характеристики электронов в кристалле. Массивный кристалл.** Любое твердое тело — это совокупность большого числа ( $N$ ) атомов или молекул, сблизившихся до таких расстояний, когда взаимодействие их электрических полей приводит к расщеплению каждого из квантовых состояний отдельного атома на  $N$  различных состояний. Система дискретных энергетических уровней, которыми характеризуется отдельный атом, при переходе к твердому телу превращается в систему полос  $N$  чрезвычайно близких друг к другу уровней — зон разрешенных значений энергии. Эти полосы, или зоны, разделены полосами, в которых отсутствуют квантовые состояния, — запрещенными зонами.

Вся совокупность электронов в твердом теле — это единая система, распределенная между энергетическими уровнями кристалла. Так как существует возможность перемещения электрона от атома к атому, его нельзя считать локализованным. В этом смысле зонное состояние электрона похоже и на состояние электрона в атоме, и на состояние свободного электрона.

Перемещение электрона по кристаллу описывается квазимпульсом — вектором, по своим свойствам очень похожим на импульс. Однако в отличие от свободной частицы, движущейся в изотропном пустом пространстве, электрон в кристалле движется в электрическом поле периодически расположенных атомов. Такое расположение атомов приводит к периодической зависимости энергии от квазимпульса. В этом его основное отличие от импульса свободной частицы.

Квазимпульс  $p$  определяет энергию электрона в зоне. В частности, вблизи края зоны связь энергии с квазимпульсом имеет вид  $E = p^2/2m^*$ . Коэффициентом пропорциональности в этом соотношении является не истинная масса электрона, а эффективная масса  $m^*$ . Величина  $m^*$  не определяет ни тяготения, ни инерционных свойств электрона проводимости в кристалле. Это — всего лишь коэффициент пропорциональности между

внешней силой и ускорением и условное название величины  $[\frac{\partial^2 E}{\partial p^2}]^{-1}$ . В анизотропных кристаллах  $1/m^*$  называется величиной, зависящей от направления.

Итак, состояние электрона в кристалле, если не учитывать спин, описывается заданием номера зоны, которой принадлежит электрон, и квазиимпульсом, причем в пределах одной зоны все три проекции квазиимпульса пробегают непрерывный ряд значений.

Для полного квантово-механического описания системы электронов, кроме энергетического спектра, необходимо знать волновую функцию — некоторую функцию координат и времени  $\Psi(x, y, z, t)$ , с помощью которой удастся описать волновые свойства, присущие электрону. При этом описании в качестве параметров фигурируют некоторые величины, не меняющиеся во времени и полностью характеризующие состояние частицы. Эти величины называют *квантовыми числами*. В нашем случае квантовыми числами являются номер энергетической зоны и три проекции квазиимпульса на координатные оси. Квадрат модуля волновой функции определяет вероятность обнаружения частицы в данной точке пространства в данный момент времени.

Волновая функция свободного электрона, движущегося в вакууме в направлении оси  $x$ , имеет вид

$$\Psi(x) = A \exp\left(\frac{ipx}{\hbar} - \frac{iEt}{\hbar}\right),$$

где  $A$  — постоянная, не зависящая от  $x$ ;  $p$  — импульс электрона.

В том случае когда электрон движется в периодическом поле кристалла, его волновую функцию можно представить аналогичным образом, но множитель  $A$  уже будет периодической функцией  $x$  с периодом решетки, т. е. волновая функция электрона в кристалле представляет собой плоскую волну, амплитуда которой модулирована с периодом, равным постоянной решетки.

Как распределяются электроны в кристалле по квантовым состояниям при абсолютном нуле температуры?

Согласно принципу Паули в одном состоянии не может находиться больше двух электронов с противоположными спинами. В каждом атоме имеется  $Z$  электронов. Все электроны кристалла — а их  $NZ$  — будут распределяться по энергетическим уровням так, чтобы

удовлетворить принципу Паули, с одной стороны, и требованию минимума энергии системы — с другой. Состояние, отвечающее наименьшей энергии, получается, если электроны заполняют  $NZ/2$  наинизших уровней. Таким образом, разрешенные зоны с меньшей энергией будут заполнены, а зоны, соответствующие более высоким энергиям — пусты.

Зона, полностью заполненная электронами при  $T = 0$  К и расположенная наиболее высоко по шкале энергий, называется *валентной*, ближайшая к ней сверху разрешенная зона — зоной *проводимости*. Граничная энергия, ниже которой все состояния при  $T = 0$  К заняты электронами, носит название *энергии Ферми*  $E_F$ .

Вещества, у которых зона проводимости при 0 К частично заполнена электронами, — металлы. Наличие частично заполненной зоны и определяет их проводимость при нуле температуры. Кристаллы, у которых при  $T = 0$  К есть только полностью заполненные и полностью пустые зоны, — диэлектрики. Те из них, у которых заметное число электронов попадает в пустую зону за счет теплового возбуждения, — полупроводники. Они сравнительно хорошо проводят ток при отличной от нуля температуре, причем электропроводность полупроводников может быть обусловлена как движением электронов в зоне проводимости (проводимость *n*-типа), так и движением свободных мест в валентной зоне — дырок. В последнем случае говорят о дырочной проводимости (*p*-типа). Полупроводникам тоже можно приписать энергию Ферми, но она будет располагаться в запрещенной зоне.

Наконец, есть вещества, у которых валентная зона и зона проводимости перекрываются, так что часть электронов переходит из первой зоны во вторую. Это и обуславливает проводимость таких веществ. Вещества эти называют полуметаллами: проводимость их, так же как и у металлов, растет с уменьшением температуры, но меньше по величине, так как число электронов и дырок мало ( $\sim 10^{-3} - 10^{-5}$  на атом). К полуметаллам относятся, например, висмут, сурьма, графит и некоторые другие.

**Специфика электронных состояний в тонкой пленке.** Мы рассмотрели ситуацию в массивном кристалле. Перейдем теперь к описанию поведения электронов в тонкой пленке,

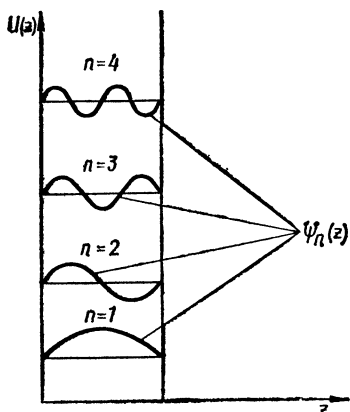


Рис. 1. Модель потенциала пленки  $U(z)$  и вид волновых функций электрона в пленке.  $\Psi_n(z)$  — координатная часть волновой функции (зависящая от  $z$ ) для разных значений размерного квантового числа  $n$ . Энергии состояний, которым соответствуют приведенные волновые функции, возрастают на рисунке снизу вверх

Понятия «тонкая пленка» или «толстая пленка» имеют смысл, когда мы сравниваем толщину пленки с какой-нибудь физической величиной, имеющей размерность длины и существенной для рассматриваемого явления. В нашем случае такой физической величиной является длина волны де Бройля носителей тока.

Рассмотрим пленку, толщина которой  $d$  сравнима с длиной волны де Бройля  $\lambda$ . Нормаль к поверхности пленки направим по оси  $z$ . Тогда движение электронов в плоскости  $(x, y)$  остается таким же, как в массивном кристалле, т. е. величины  $p_x$  и  $p_y$  — проекции квазиимпульса на оси  $x$  и  $y$  — могут принимать любые значения. Величина же  $|p_z|$  — абсолютное значение квазиимпульса в направлении оси  $z$  — может принимать только некоторые избранные значения, определяемые толщиной пленки. Таким образом, эта величина квантуется. Квантование квазиимпульса связано с ограничением поперечного движения носителей тока.

Проще всего объяснить это явление, по-видимому, можно следующим образом. Поскольку электрон при своем движении не может выйти за пределы пленки, его волновая функция на граничных поверхностях пленки должна обращаться в нуль. Это означает, что на толщине пленки должно укладываться целое число полуволн де Бройля, т. е.  $d = n\lambda/2$  (рис. 1). Принимая во внимание, что длина волны де Бройля связана с импульсом (или квазиимпульсом) электрона соотношением  $\lambda = 2\pi\hbar/|p_z|$ , получим

$$d = \frac{\pi \hbar n}{|p_z|} \quad \text{или} \quad |p_z| = \frac{\pi \hbar n}{d},$$

где  $n=1, 2, 3, \dots$  — размерное квантовое число. Это условие и определяет разрешенные значения  $|p_z|$ .

Отметим, что величина  $|p_z|$  не меняется во времени, т. е. является квантовым числом, только при выборе модели потенциала пленки  $U(z)$  в виде прямоугольной ямы (см. рис. 1). При другой форме потенциала  $|p_z|$  не сохраняется во времени и не является квантовым числом. Однако модель  $U(z)$  в виде прямоугольной потенциальной ямы оказывается достаточно общей и хорошо описывает основные экспериментальные результаты.

Энергия поперечного движения электронов в пленке зависит от величины  $|p_z|$ . Поэтому если разрешены только выделенные значения  $|p_z|$ , разрешены соответственно и выделенные значения энергии, т. е. энергия поперечного движения также квантуется. Это — первое. Далее, значение  $|p_z|=0$  запрещено, так как это соответствовало бы бесконечно большой длине волны де Бройля. Минимальное значение величины  $|p_z|$  в пленке толщиной  $d$  есть  $\pi \hbar / d$ . Соответственно отлична от нуля и минимальная кинетическая энергия  $E_0$  электронов в пленке, называемая нулевой энергией. Ее значение определяется выражением

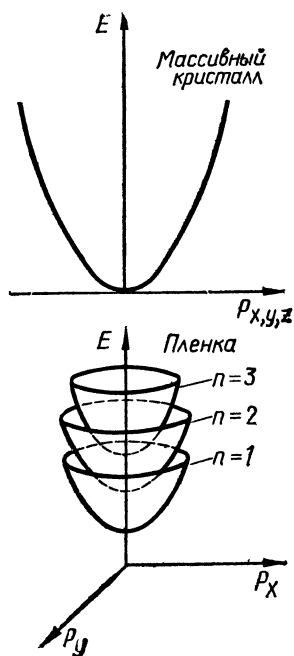
$$E_0 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_z^* d^2}.$$

Здесь  $m_z^*$  — эффективная масса носителей тока в кристалле в направлении оси  $z$ .

Значение нулевой энергии по порядку величины можно получить также из принципа неопределенности  $\Delta z \Delta p_z \sim \hbar$ , где  $\Delta z \sim d$ .

Графически энергия электронов в зависимости от величины  $p_x, p_y$  для разных разрешенных значений  $|p_z|$  (или, что то же самое, для разных значений размерного квантового числа  $n$ ) может быть представлена в виде системы параболоидов, вставленных друг в друга так, как показано на рис. 2. Дно  $n$ -го параболоида расположено при энергии

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2m^* d^2}$$



Р и с. 2. Энергетический спектр электронов в массивном кристалле и в пленке

(продольные значения квазиимпульса и соответственно энергия продольного движения в этой точке равны нулю). Эти значения энергии называют *размерными уровнями*. Дно первого, самого низкого параболоида соответствует нулевой энергии.

Поверхность каждого параболоида дает значения энергии при любых возможных комбинациях  $p_x$  и  $p_y$ , но при фиксированном значении  $|p_z|$ . Совокупность значений энергии для всевозможных продольных компонент квазиимпульса при заданном значении  $|p_z|$  образует так называемую *размерную подзону*. При уменьшении толщины пленки энергия размерных уровней увеличивается; увеличивается и расстояние между подзонами.

Если сравнить теперь энергетический спектр электронов в массивном кристалле и пленке,

то можно видеть, что при переходе к пленке спектр кардинально меняется.

Изменение энергетического спектра приводит к существенному изменению зависимости плотности электронных состояний от энергии электронов  $g(E)$  \*. Функция  $g(E)$  влияет на все электронные характеристики твердых тел: электропроводность, теплопроводность, магнитосопротивление, магнитный момент и т. д.

В массивных кристаллах плотность состояний в разрешенных зонах сложно зависит от энергии. В непосредственной близости от краев зон  $g(E) \sim \sqrt{E - E_{\min}}$  (или

\* По определению плотность состояний — это число электронных состояний в интервале энергий от  $E$  до  $E + \Delta E$ , отнесенное к величине этого интервала  $\Delta E$ , т. е. число электронных состояний в единичном интервале энергий.

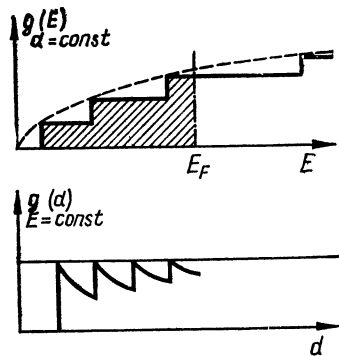


Рис. 3. Зависимость плотности электронных состояний от энергии (вверху) и от толщины пленки. Заштрихована область, соответствующая занятым состояниям. Пунктиром показана кривая для массивного кристалла

$\sim \sqrt{E_{\text{max}} - E}$ ), т. е. имеет плавный монотонный характер. В полуметаллах и полупроводниках из-за малой концентрации носителей тока существенна именно эта область энергий. Электронные свойства кристаллов под влиянием внешних воздействий (освещения, деформации, некваंटующих внешних полей и т. п.) по этой причине преимущественно меняются плавно.

В тонкой пленке, удовлетворяющей ряду условий, которые мы обсудим ниже, плотность электронных состояний в зависимости от энергии имеет не плавный, как в массивном кристалле, а необычный ступенчатый вид (рис. 3). Значения энергии, при которых происходят скачки плотности состояний, соответствуют очередному размерному уровню. Кроме того, резко немонотонный характер имеет зависимость плотности состояний при данной энергии от толщины пленки —  $g(d)$ . Скачки плотности состояний происходят при тех значениях толщины пленки, при которых размерный уровень совпадает с заданным значением энергии. Необычное поведение плотности состояний влечет за собой изменения основных макроскопических свойств пленок по сравнению со свойствами массивного кристалла того же вещества.

**Условия реализации размерного квантового эффекта. Требования к объекту исследований.** Квантовый размерный эффект может наблюдаться на опыте только при выполнении ряда условий, которым должен отвечать исследуемый объект.

Во-первых, расстояние между размерными уровнями

$\Delta E = E_{n+1} - E_n$  должно быть больше их ширины  $\delta E$  (в противном случае все особенности спектра окажутся смазанными). Ширина уровня, как известно из квантовой механики, есть  $\hbar/\tau$ , где  $\tau$  — время релаксации (т. е. среднее время между двумя последовательными актами рассеяния электрона). Условие

$$\Delta E \gg \delta E = \frac{\hbar}{\tau}$$

означает, что для наблюдения квантового размерного эффекта необходимы образцы с большим значением  $\tau$ , т. е. с большой длиной свободного пробега электрона.

Во-вторых, пленка должна быть достаточно однородна по толщине, так, чтобы изменение положения размерных уровней в разных ее частях вследствие случайного разброса толщины было существенно меньше расстояния между ними. Рассеяние электронов от границ пленки должно быть преимущественно зеркальным, чтобы значение проекции квазиимпульса  $|p_z|$  при отражении от поверхности не менялось.

В-третьих, температура образца должна быть достаточно низкой, такой, чтобы тепловое размытие распределения электронов по энергиям было меньше расстояния между размерными уровнями.

Для того чтобы удовлетворить перечисленным условиям, объект исследования должен быть достаточно совершенным. Толщина пленок, как мы говорили, должна быть соизмерима с электронной длиной волны де Бройля, т. е.

$$d \sim \lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m^*E}}$$

В металлах, где эффективная масса электронов того же порядка, что и масса свободного электрона  $m_0$ , а характерная энергия  $E = E_F$  составляет несколько электронвольт,  $\lambda \simeq 10^{-8} - 10^{-7}$  см, т. е. сравнима с периодом кристаллической решетки. Изготовление совершенных пленок такой малой толщины представляет сейчас трудно выполнимую задачу. Иначе обстоит дело в полуметаллах и полупроводниках с малой запрещенной зоной, где величины эффективной массы  $m^*$  и характерной энергии  $E_F$  или  $kT$  существенно меньше, чем в металлах. В висмуте, например, где  $m^* \simeq 10^{-2} m_0$  и  $E_F \simeq 10^{-2}$  эВ, значение  $\lambda \simeq 10^{-5}$  см, т. е. в тысячу раз больше!

Таким образом, для наблюдения квантового размерного эффекта должен быть выбран материал, обладающий большой электронной длиной волны (т. е. малой эффективной массой и малой энергией Ферми носителей тока), большой длиной свободного пробега электронов, зеркальным поверхностным рассеянием и при всем этом — удобный в технологическом отношении. Наиболее полно перечисленным условиям удовлетворяет висмут, на котором впервые был обнаружен квантовый размерный эффект и было проведено наибольшее число исследований.

## **2. Новые возможности исследования электронного энергетического спектра твердых тел в условиях размерного квантования**

Одной из основных задач физики твердого тела является изучение энергетического спектра электронов. Многообразие типов кристаллических решеток и химическая индивидуальность атомов, составляющих эти решетки, приводят к индивидуальной для каждого вещества зонной структуре. Она, в свою очередь, определяет основные физические свойства кристаллов: механические, тепловые, электрические, магнитные и т. д. Поэтому для описания поведения твердого тела в заданных условиях и предсказания новых эффектов необходимо детальное знание особенностей зонной структуры каждого конкретного вещества. Определение же зонной структуры ввиду ее сложности и многообразия представляет собой совсем непростую задачу.

Одним из наиболее важных следствий, к которым привело открытие явления размерного квантования энергии электронов в твердых телах, является расширение арсенала возможностей определения параметров электронного энергетического спектра. К рассмотрению этих возможностей и их экспериментальной реализации мы сейчас и перейдем.

**Экспериментальное обнаружение квантового размерного эффекта. Осцилляции гальваномагнитных характеристик в зависимости от толщины пленок.** Объекты исследования — пленки металлов, полуметаллов и полупроводников — выращиваются, как правило, методом вакуумного напыления. В структурном отношении луч-

шие из них (в основном это пленки висмута на слюде) представляют собой мозаичные монокристаллы, т. е. состоят из ориентированных почти одинаковым образом совершенных монокристаллических блоков с несовершенными границами между ними.

К числу первых экспериментальных наблюдений квантового размерного эффекта относятся наблюдения осцилляций кинетических коэффициентов (удельного сопротивления, константы Холла и магнитосопротивления) при изменении толщин пленок висмута и наблюдение особенностей туннельных характеристик систем, содержащих такие пленки. Эти первые наблюдения явления размерного квантования были проведены в Институте радиотехники и электроники АН СССР.

Полученная зависимость удельного сопротивления  $\rho$  пленок висмута от толщины (рис. 4) показывает, что при комнатной температуре кривая имеет обычный, монотонный вид. При низких температурах наблюдается другая, совершенно необычная картина — отчетливо выраженные осцилляции. Амплитуда осцилляций уменьшается с ростом толщины пленок и температуры. При достаточно больших толщинах осцилляции затухают, так как размерные уровни перекрываются и исчезают особенности плотности состояний.

Отметим ряд других проявлений размерного квантования на опыте. Пленки висмута, подвергнутые всестороннему сжатию, плавно меняли свое сопротивление

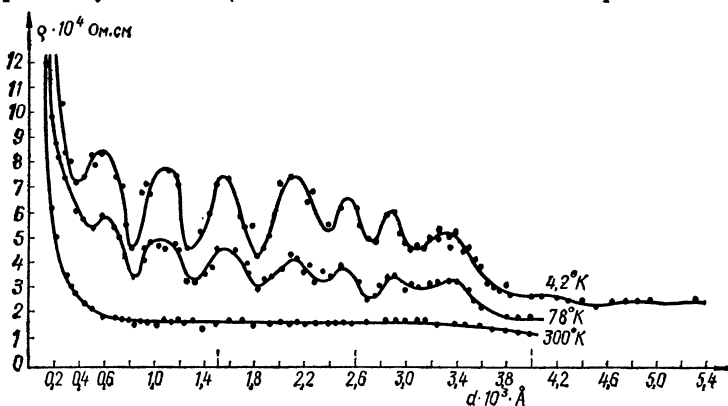


Рис. 4. Зависимость удельного сопротивления пленок висмута от толщины при температурах 4,2, 78 и 300 К.

при комнатной температуре. С понижением температуры до 78 К изменение сопротивления приобретало сильно выраженный осциллирующий характер.

Исследование оптических свойств тонких пленок висмута, антимонида индия и некоторых других узкощелевых полупроводников позволило наблюдать сдвиг красной границы фотопоглощения при изменении толщины пленок, связанный с наличием нулевой энергии электронов. На пленках антимонида индия, кроме того, отчетливо наблюдалась немонотонная спектральная зависимость коэффициента поглощения, связанная с особенностями зависимости плотности состояний от энергии электронов  $g(E)$ .

Уже первые наблюдения квантового размерного эффекта позволили оценить ряд параметров энергетического спектра электронов. Период осцилляций  $\Delta d$  зависимости  $\rho(d)$ , равно как и других кинетических коэффициентов, связан с величиной фермиевского квазиимпульса в направлении оси  $z$  —  $p_z^F$  — соотношением

$$\Delta d = \frac{\pi \hbar}{p_z^F}$$

(фермиевским называют квазиимпульс электронов, обладающих энергией Ферми). Приведенное соотношение позволяет определить некоторые важные параметры электронного энергетического спектра: величину  $|p_z^F|$ , а также, используя известную зависимость энергии от квазиимпульса, величину эффективной массы  $m_z^*$  в направлении, перпендикулярном плоскости пленки.

Наиболее информативным в пленках является сейчас изучение туннельного эффекта (метод туннельной спектроскопии), включая исследования в квантующем магнитном поле.

**Определение параметров энергетического спектра электронов методом туннельной спектроскопии.** В физике существует квантовое явление, называемое туннельным эффектом. Сущность его состоит в том, что электроны могут проникать (туннелировать) сквозь потенциальный барьер, высота которого больше полной энергии частицы  $E$  (рис. 5, а). Эта возможность связана с волновыми свойствами электронов. Оказывается, что амплитуда волновой функции частицы, падающей на барьер, не равна нулю в области за барьером, т. е. существует

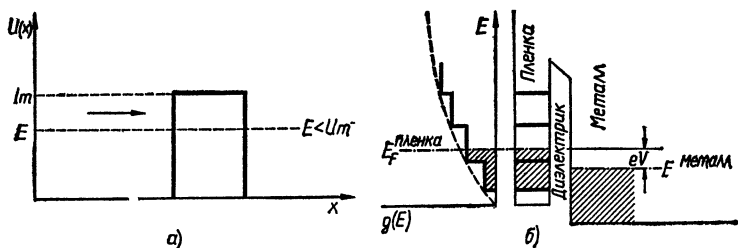


Рис. 5. Туннелирование электронов сквозь потенциальные барьеры: а — простейший одномерный потенциальный барьер  $U(x)$ ;  $U_m$  — высота барьера,  $E$  — полная энергия электрона. Стрелкой показано направление движения электрона; б — энергетическая диаграмма туннельной системы, содержащей размерно-квантованную пленку. Слева — зависимость плотности электронных состояний от энергии

конечная вероятность обнаружить частицу в этой области. Таким образом, если классические частицы при своем движении встречают потенциальный барьер, высота которого больше их полной энергии, они непременно все отразятся от него. Если же на барьер падает поток электронов, то большая часть из них также отразится от барьера, но некоторая доля пройдет сквозь него и окажется в области за барьером, запретной для классических частиц.

Доля прошедших частиц определяется прозрачностью барьера, зависящей от площади той его части, которая расположена над уровнем энергии частицы: чем меньше площадь, тем выше прозрачность. Отсюда следует, что вероятность туннелирования растет с увеличением энергии частицы. В типичных случаях доля частиц, прошедших сквозь барьер, очень мала, она составляет  $10^{-5}$ — $10^{-10}$  от общего числа падающих частиц. Важно отметить, что в результате туннелирования полная энергия частицы не меняется.

Типичная туннельная структура представляет собой два проводящих электрода, разделенных тонким ( $< 10^{-6}$  см) диэлектрическим зазором. Слой диэлектрика и формирует потенциальный барьер на пути электронов из одного электрода в другой.

Вычисление туннельного тока показывает, что туннельная проводимость  $G = dI/dV$  непосредственно отражает структуру плотности состояний в электродах и со-

ответственно структуру энергетического спектра электронов. Поэтому туннельный эффект является эффективным средством изучения энергетического спектра микрочастиц.

Метод исследования спектра, основанный на туннельном эффекте, носит название *метода туннельной спектроскопии*. Для туннельной спектроскопии пленок используют систему, состоящую из размерно-квантованной пленки и массивного металлического электрода, разделенных тонким ( $\sim 50 \text{ \AA}$ ) диэлектрическим слоем (роль массивного электрода играет обычно достаточно толстая пленка, в которой не проявляются эффекты размерного квантования). На рис. 5, б приведена энергетическая диаграмма такой системы. Потенциал пленки выбран в виде прямоугольной ямы с плоским дном. Внутри ямы отмечены положения размерных уровней.

При отсутствии напряжения на туннельной системе уровни Ферми в массивном электроде и пленке совпадают, потоки электронов, туннелирующих сквозь разделяющий электроды потенциальный барьер слева направо и справа налево, равны, а потому результирующий туннельный ток равен нулю. При наложении напряжения, которое падает на диэлектрическом слое, уровни Ферми в пленке и в массивном электроде расходятся на величину  $eV$  ( $V$  — приложенное напряжение,  $e$  — заряд электрона). На рис. 5, б выбрана такая полярность приложенного напряжения, что уровень Ферми справа опускается относительно  $E_F$  в пленке. При этом в интервале энергий  $eV$  напротив занятых состояний в пленке оказываются пустые состояния в металлическом электроде. Поэтому при рассматриваемой полярности напряжения преобладающим будет поток туннелирующих электронов, направленный из пленки в массивный электрод. Обратный поток туннелирующих электронов невозможен (при  $T=0 \text{ K}$ ), так как все состояния в пленке, куда могли бы туннелировать электроны металлического электрода, заняты. Таким образом в системе появляется туннельный ток.

Так как зависимость плотности состояний от энергии имеет скачки при энергиях, совпадающих с положением размерных уровней, туннельная проводимость  $G$  будет меняться скачком при тех значениях напряжения, когда  $E_n = E_F + eV$ , т. е. всякий раз, когда уровень Ферми массивного электрода совпадает с размерным уровнем

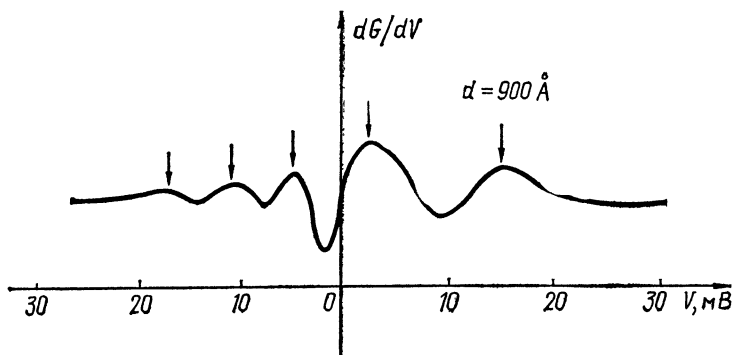


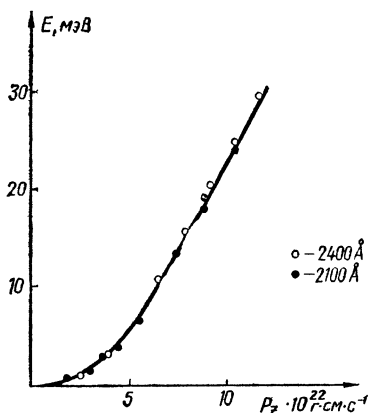
Рис. 6. Пример туннельной характеристики системы пленка Вi — диэлектрик — Рb (толщина пленки Вi —  $900 \text{ \AA}$ )

в пленке. Величине напряжения на туннельном переходе, при которой наблюдается особенность туннельного тока, соответствует, таким образом, значение энергии определенного размерного уровня, отсчитанное от энергии Ферми в пленке. На рис. 6 приведен пример характеристики  $\frac{dG}{dV}(V)$  (для более четкого выявления особен-

ностей измеряется обычно эта величина) туннельной системы, содержащей тонкую ( $\sim 900 \text{ \AA}$ ) пленку висмута, окись висмута в качестве диэлектрика и толстый слой свинца — второго электрода. Положениям размерных уровней на этой кривой отвечают максимумы. Из измерений на пленках разной толщины удастся проследить зависимость положения каждого размерного уровня  $E_n$  от толщины пленки и получить сводную картину зависимости  $E_n(d)$  в широком интервале изменения  $d$ .

Если сопоставить результаты экспериментального исследования туннельного эффекта с теорией, описывающей энергетический спектр электронов в пленке, то можно найти численные значения параметров, необходимых для описания зависимости энергии от квазиимпульса — закона дисперсии электронов. Закон дисперсии определяет основные макроскопические характеристики материала и поэтому знание его чрезвычайно важно для описания электронных свойств вещества. Он может быть очень сложным и разнообразным для разных веществ. По сути дела, закон дисперсии — это основная характеристика, которую стремятся определить при изучении

Рис. 7. Закон дисперсии электронов  $E(p_z)$  в висмуте, полученный «безмодельным» образом из измерений туннельного эффекта на пленках Вi



электронных явлений в твердых телах. Для изучения квантового размерного эффекта наиболее пригодны, как уже говорилось, полупроводники с узкой запрещенной зоной, так как эффективная масса электронов в них очень мала. Теоретическое выражение для закона дисперсии в таких полупроводниках содержит в качестве параметров ширину запрещенной зоны  $E_g$  и компоненты эффективных масс  $m_x^*$ ,  $m_y^*$  и  $m_z^*$ .

Сопоставление полученных на опыте значений энергии размерных уровней с соответствующим теоретическим выражением позволило определить параметры  $E_g$  и  $m_z^*$ .

Особый интерес представляет реализующаяся в пленках уникальная возможность «безмодельного», т. е. не основанного на априорных моделях электронного спектра, непосредственного определения закона дисперсии электронов  $E(p_z)$ . Действительно, положение размерных уровней  $E_n$  однозначно определяется с помощью туннельной спектроскопии пленок. Величина же  $|p_z| = \pi \hbar n / d$  определяется толщиной пленки и номером уровня, который известен из тех же туннельных вольт-амперных характеристик. На рис. 7 приведен пример найденного таким образом («безмодельно») закона дисперсии электронов  $E(p_z)$  в пленках висмута.

**Явления в поперечном квантующем магнитном поле. Эффекты, обусловленные полной дискретностью спектра электронов.** Особый интерес представляет ситуация, когда размерно-квантованная пленка помещена в кван-

тующее магнитное поле  $H$ , направленное по нормали к пленке ( $H=H_z$ ). Квантующим называют магнитное поле, в котором за счет квантовых эффектов происходит коренная перестройка энергетического спектра электронов: в направлении магнитного поля энергия меняется непрерывно, а в плоскости, перпендикулярной полю, — квантуется. Сочетание магнитного и размерного квантования создает в твердом теле макроскопический аналог отдельного атома — электронную систему с полностью (в трех измерениях) дискретным энергетическим спектром. Движение в плоскости пленки квантуется магнитным полем, движение вдоль магнитного поля — малым размером образца. Наличие дискретного спектра обуславливает качественно новые явления в твердом теле: строго резонансный характер поглощения света (линейчатые, как в газе, спектры поглощения), резонансный туннельный эффект в системах пленка—диэлектрик—пленка и др. Эти явления могут представлять значительный интерес в научном и прикладном аспектах.

Одна из основных задач изучения свойств электронов в кристалле — определение топологии поверхностей постоянной энергии в пространстве квазиимпульсов, т. е. поверхностей  $E(p_x, p_y, p_z) = \text{const}$ . Эта характеристика, непосредственно связанная с законом дисперсии, определяет основные электронные свойства вещества. Вид изоэнергетических поверхностей задает, в частности, и зависимость плотности состояний от энергии. Наиболее широко распространенный метод исследований в этой области — изучение осцилляций термодинамических и кинетических характеристик массивных кристаллов в квантующем магнитном поле.

Постараемся выяснить, что происходит с энергетическим спектром электронов при наложении квантующего магнитного поля, в чем состоит сущность осцилляционных эффектов и какие сведения можно извлечь из их исследования на массивных образцах и пленках.

В магнитном поле на электрон действует сила Лоренца

$$F = \frac{e}{c} v H \sin \Theta,$$

где  $\Theta$  — угол между направлением скорости электрона  $v$  и магнитным полем,  $c$  — скорость света,  $e$  — заряд электрона. Под действием этой силы электрон движет-

ся по замкнутой (в простейшем случае — по круговой) орбите в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Вдоль магнитного поля электрон движется с постоянным импульсом, так как в этом направлении силы на него не действуют. Частота обращения электрона на орбите  $\omega_c = eH/m^*c$  называется циклотронной, или ларморовской, частотой. Радиус окружности, по которой двигается электрон в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, равный

$$r_L = \frac{v}{\omega_c} = \frac{m^*vc}{eH} ,$$

называют ларморовским радиусом.

Если электрон в кристалле характеризуется анизотропной эффективной массой, для характеристики движения в магнитном поле принято вводить циклотронную массу  $m_c$ , определяемую равенством  $\omega_c = eH/m_c c$ . Она связана с компонентами эффективной массы соотношением  $m_c = \sqrt{m_x^* m_y^*}$ . До тех пор пока ларморовский радиус много больше дебройлевской длины волны электрона, последний можно считать классической частицей. В противоположном случае становятся существенными квантовые эффекты. Магнитные поля, в которых проявляются эти эффекты, и называют квантующими. Это, как правило, сильные поля. Например, в висмуте область квантующих магнитных полей начинается с  $H \sim 1$  Т.

В квантующих магнитных полях движение электронов претерпевает существенное изменение по сравнению с движением в той области, где электрон ведет себя как классическая частица. В плоскости, перпендикулярной магнитному полю, возможно теперь движение только по определенным орбитам, таким, что отношение площади орбиты к величине магнитного поля составляет величину  $S/H = (e/ch)l$  ( $l=0, 1, 2, \dots$  — целое число). Соответственно разрешены не любые, а только некоторые определенные значения энергии,  $E_l = \hbar\omega_c (l + 1/2)$ . Эти разрешенные значения энергии называют уровнями Ландау. Их энергия тем больше, чем больше магнитное поле, и чем меньше (при заданном магнитном поле) величина циклотронной массы. Расстояние между уровнями Ландау  $\Delta E = E_{l+1} - E_l = \hbar\omega_c$  также растет с увеличением магнитного поля и с уменьшением  $m_c$ .

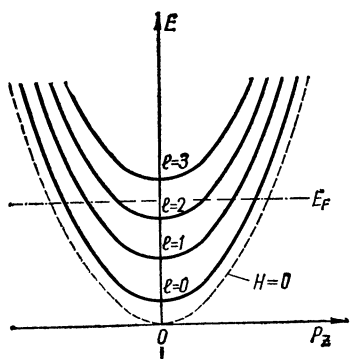


Рис. 8. Энергетический спектр электронов в квантующем магнитном поле  $H = H_z$  (массивный кристалл)

Выражение для полной энергии электрона (без учета спина) имеет вид

$$E = \hbar \omega_c \left( l + \frac{1}{2} \right) + \frac{p_z^2}{2m_z^*}.$$

Таким образом, энергетический спектр электрона в квантующем магнитном поле становится квазидискретным и разбивается на систему подзон, как показано на рис. 8 (зоны Ландау).

Из выражения для полной энергии электрона следует также, что минимальная, «нулевая» энергия системы электронов  $E_0$  ( $l=0$ ,  $p_z=0$ ) отлична от нуля и равна  $\frac{1}{2}\hbar\omega_c$ .

Изменение энергетического спектра влечет за собой и изменение плотности состояний  $g(E)$ . Она имеет теперь резко выраженные особенности при энергиях, соответствующих уровням Ландау (рис. 9). Особенности  $g(E)$  и являются причиной осцилляционных явлений в квантующих магнитных полях.

Как же возникают осцилляции электропроводности в образцах с металлической проводимостью? Зададим такое значение магнитного поля, что уровень Ферми будет расположен между уровнями Ландау  $E_l$  и  $E_{l+1}$  (см. рис. 9), и будем его увеличивать. Энергия уровней Ландау тоже будет увеличиваться. Наконец мы достигнем такого значения поля, что  $E_l$  совпадет с уровнем Ферми. При этом плотность состояний на уровне Ферми будет испытывать скачок. Скачки  $g(E_F)$  будут повто-

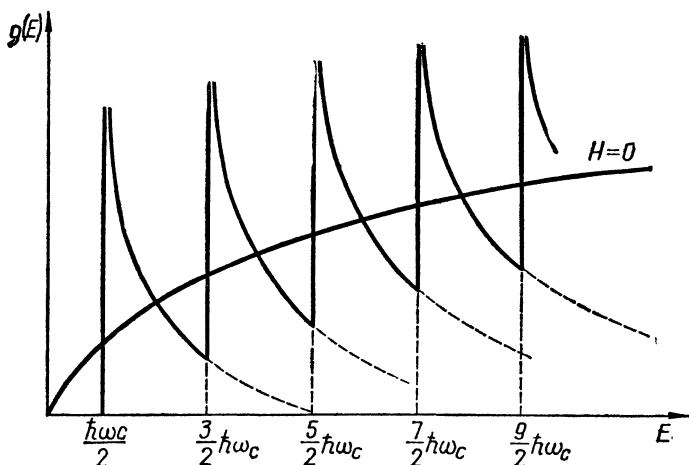


Рис. 9. Зависимость плотности электронных состояний от энергии в квантующем магнитном поле (массивный кристалл)

ряться до тех пор, пока последний (нижний) уровень Ландау  $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega_c$  не достигнет энергии Ферми.

При дальнейшем увеличении поля  $g(E_F)$  будет меняться монотонно. Область магнитных полей, для которой выполняется условие  $\hbar\omega_c > 2E_F$ , называют ультраквантовым пределом.

При уменьшении магнитного поля уровни Ландау будут пересекать уровень Ферми в обратной последовательности. Тогда опять на уровне Ферми будут иметь место скачки плотности состояний. Однако с уменьшением магнитного поля расстояние между уровнями Ландау уменьшается, поэтому при некотором достаточно малом значении  $H$  расстояние между уровнями Ландау станет меньше их ширины (которая всегда отлична от нуля из-за процессов рассеяния электронов) и все уровни сольются в сплошной спектр.

Таким образом, мы видим, что при изменении магнитного поля происходит последовательное скачкообразное изменение плотности состояний на уровне Ферми. С другой стороны, известно, что электропроводность металла определяется упорядоченным движением фермиевских электронов, число и вероятность рассеяния которых зависят от плотности состояний на уровне Ферми.

Поэтому резкие изменения плотности состояний при изменении магнитного поля повлекут за собой резкие изменения электропроводности, а именно: каждый раз, когда уровень Ландау будет совпадать с уровнем Ферми, она будет иметь минимум. Аналогичным образом при изменении магнитного поля будут меняться термодинамические характеристики вырожденного электронного газа, например магнитный момент (эффект де Газа—ван Альфена).

Периодическая зависимость электропроводности от обратного магнитного поля  $1/H$  называется эффектом Шубникова—де Газа. Величина периода в обоих этих эффектах определяется значением экстремального сечения замкнутой поверхности Ферми (поверхность постоянной энергии, равной энергии Ферми) в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, т. е. позволяет найти это сечение. Остальные, неэкстремальные сечения дают вклад только в монотонную часть эффекта.

Таким образом, исследование осцилляционных эффектов в квантующем магнитном поле в массивных кристаллах не позволяет получить сведений о неэкстремальных сечениях поверхности Ферми. Тем более нельзя получить сведений о неэкстремальных сечениях изоэнергетических поверхностей с энергией, не равной энергии Ферми.

Оба эти ограничения снимаются при исследовании термодинамических и кинетических характеристик тонких пленок в квантующем магнитном поле.

При наложении на пленку квантующего магнитного поля, направленного по нормали к ее поверхности, свободное движение электронов в направлении поля ограничивается малой толщиной пленки. Это, как мы уже знаем, приводит к квантованию импульса  $|p|$  и энергии поперечного движения. Таким образом, полная энергия электронов является функцией двух дискретных квантовых чисел  $n$  и  $l$ , т. е.  $E=E(n, l)^*$ , и может принимать только строго дискретные значения. Зависимость плотности состояний от энергии при этом имеет вид отдельных пиков, соответствующих разрешенным значениям  $E$ . Рассеяние электронов на примесях, шероховатостях поверхности и т. д. приводит к тому, что пики

---

\* От третьего квантового числа — координаты центра орбиты — энергия не зависит.

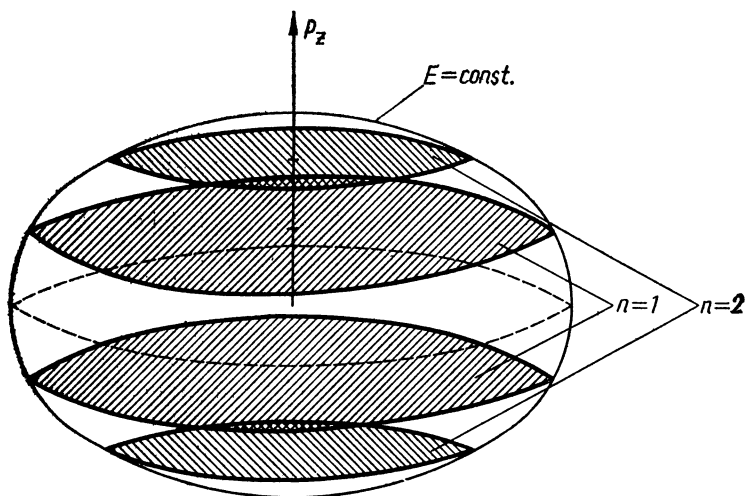


Рис. 10. Разрешенные состояния электронов в пространстве квазиимпульсов в пленке. Пунктиром обозначено экстремальное сечение в массивном кристалле

эти размываются, частично перекрывая друг друга. В этом последнем случае плотность состояний будет осциллирующей функцией энергии, и так же, как в массивных образцах, в пленках будут наблюдаться осцилляции электропроводности, магнитного момента и других макроскопических характеристик, зависящих от плотности состояний на уровне Ферми.

Вернемся теперь к возможности определения неэкстремальных сечений изоэнергетических поверхностей в пленках. Из-за квантования квазиимпульса  $|p_z|$  в пленках разрешены не все сечения, а только те, у которых  $|p_z| = \frac{\pi \hbar}{d} n$  (рис. 10). Поэтому каждое из разрешенных сечений оказывается выделенным, т. е. играет роль экстремального, и дает вклад в осциллирующую часть рассматриваемой термодинамической или кинетической величины в виде гармоник, частота которой зависит от площади данного сечения. Таким образом, измерения на пленках позволяют определить площади неэкстремальных сечений поверхности Ферми.

Более того, оказывается, что при исследовании пленок появляется возможность определения неэкстремаль-

ных сечений не только поверхности Ферми, но и любой другой изоэнергетической поверхности. Такая возможность возникает при исследовании явлений туннелирования в квантующем магнитном поле. Если поместить рассмотренную нами ранее туннельную систему пленка—диэлектрик—металл в квантующее магнитное поле, направленное по нормали к пленке, то энергетический спектр в пленке, как мы уже знаем, будет полностью дискретным. Энергетическая диаграмма туннельной системы в этом случае будет иметь такой же вид, как и на рис. 5, б, только уровни в пленке теперь уже не «квазидискретные», а просто дискретные, и положение их зависит как от толщины пленки, так и от магнитного поля.

Если мы подадим на туннельную систему напряжение  $V$  и зафиксируем его, в системе появится туннельный ток. Далее будем менять напряженность магнитного поля (при фиксированном  $V$ ). Каждый раз, когда очередной дискретный уровень, т. е. пик плотности состояний, в пленке совпадает с уровнем Ферми массивного электрода, проводимость туннельной системы должна иметь максимум. (Мы полагаем, что эффекты магнитного квантования в металлическом электроде из-за большой эффективной массы электронов в металле несущественны.)

Анализ показывает, что особенности проводимости периодичны по  $H^{-1}$  и содержат несколько гармоник. Каждая гармоника однозначно связана с площадью  $S_n$  соответствующего неэкстремального сечения, отвечающего конкретному значению размерного квантового числа  $n$ . Но замечательно, что изоэнергетическая поверхность, для которой рассматриваются сечения, вовсе не является поверхностью Ферми, а есть поверхность энергии  $E = E_F + eV$ ! Таким образом, меняя значения фиксированного на туннельном переходе напряжения, мы можем задавать по собственному выбору желаемую изоэнергетическую поверхность. При этом энергия, которую мы задаем, может быть как больше, так и меньше энергии Ферми (в зависимости от знака  $eV$ ). В частном случае  $eV = 0$  мы имеем дело с поверхностью Ферми.

Таким образом, использование метода туннельной спектроскопии тонких пленок в квантующем магнитном поле позволяет определить величину любого промежуточного сечения изоэнергетической поверхности произ-

вольной энергии. Для висмута, например, описанным способом получены значения 30 неэкстремальных сечений в интервале энергий от 0 до удвоенной энергии Ферми. При этом удавалось наблюдать одновременно до четырех сечений.

Итак, исследования пленок позволяют получить информацию, которую нельзя или очень трудно получить из измерений на массивных кристаллах.

Рассмотрим далее оптические свойства пленок в поперечном квантующем магнитном поле. Оптические спектры такой системы, как и любой системы с дискретным спектром, должны иметь необычный для твердого тела линейчатый вид (подобно спектру газов). Анализ положения линий оптического поглощения позволяет в принципе определить форму зон Ландау, т. е. зависимость  $E = E_l(p_z)$ .

На опыте часто удобнее снимать не спектральные характеристики, а зависимость интенсивности прошедшего через пленку света от магнитного поля. Ясно, что здесь имеет место резонансная ситуация: когда расстояние между соответствующими энергетическими уровнями (которое зависит от  $H$ ) становится равным энергии кванта падающего на пленку излучения, происходит переброс электрона с нижнего уровня на верхний, т. е. поглощение света, и интенсивность прошедшего сквозь пленку света уменьшается\*. При дальнейшем изменении поля в резонанс попадает следующая пара уровней, и опять наблюдается уменьшение интенсивности света, прошедшего через пленку. Таким образом, процесс является осциллирующим.

Сравнение наблюдаемого на опыте периода осцилляций коэффициента оптического пропускания пленки (т. е. отношения интенсивностей прошедшего и падающего света) с соответствующим теоретическим выражением позволяет найти параметры спектра. Например, в случае пленок полупроводников с малой запрещенной зоной указанным способом определяются значения эффективных масс и ширина запрещенной зоны. Экспериментальная картина осцилляций интенсивности прошед-

---

\* Энергетические уровни могут быть расположены в разных энергетических зонах (валентной и зоне проводимости). Тогда речь идет о так называемых межзонных переходах, которые при нормальном падении света реализуются с большей вероятностью.

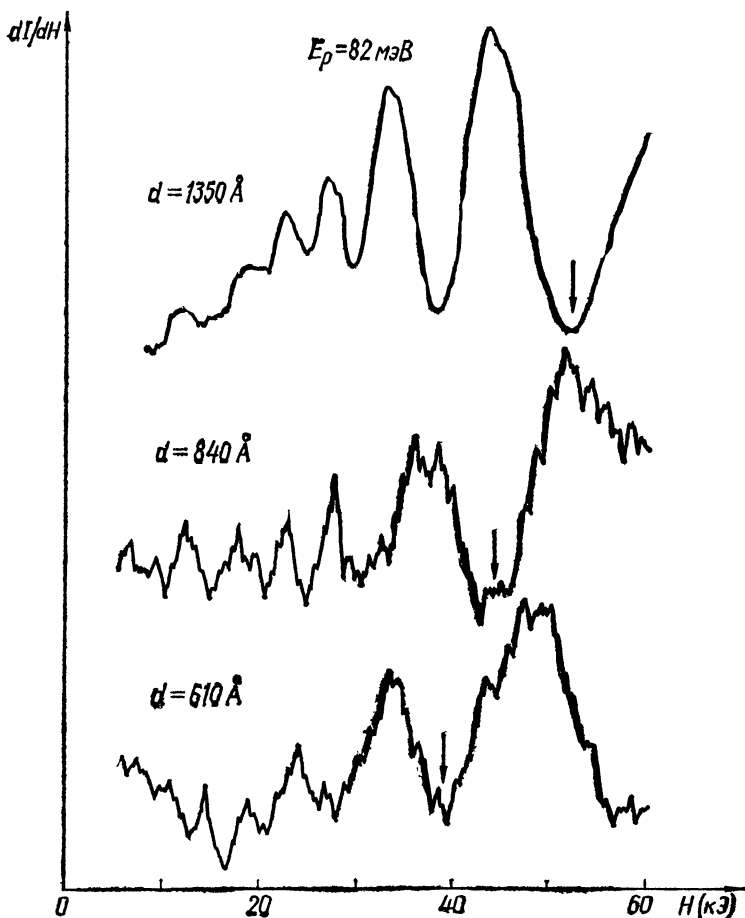


Рис. 11. Примеры в экспериментальной зависимости  $\frac{dI}{dH}(H)$  для пленок Вi разной толщины.  $I$  — интенсивность прошедшего света. Энергия кванта падающего излучения — 82 мэВ

шего через пленку висмута света в зависимости от  $H$  приведена на рис. 11.

Исследование поглощения света пленкой в магнитном поле позволяет также определять («безмодельно») площади неэкстремальных сечений изоэнергетических поверхностей различной энергии. Дело в том, что осцил-

ляции интенсивности прошедшего сквозь пленку света при изменении магнитного поля по своей природе сходны с осцилляциями кинетических характеристик вырожденных электронных систем при тех же условиях: в обоих случаях особенность наблюдается тогда, когда очередной энергетический уровень в пленке совпадает с выделенным значением энергии. В случае кинетических характеристик — это энергия Ферми, оптических — энергия, определяемая частотой падающего света, т. е. энергией фотона  $E_p$  (например, для висмута эта выделенная энергия равна  $1/2 E_p$ ).

Те же самые соображения, которые приводят к способу определения неэкстремальных сечений из измерений кинетических величин, приложимы и к оптическим явлениям. Различие состоит в том, что в последнем случае выделенное значение энергии можно менять, меняя энергию фотона, и, следовательно, задавать желаемую изоэнергетическую поверхность в области энергий, превышающих энергию Ферми (для  $E < E_F$  оптических переходов просто не будет, так как конечные состояния заняты).

Метод магнитооптической спектроскопии существенно проще туннельной спектроскопии в магнитном поле (изготовление туннельной структуры связано с определенными технологическими трудностями) и, кроме того, пригоден в области больших энергий, где использование туннельной структуры затруднено из-за возможности электрического пробоя диэлектрической прослойки. Таким образом, оба метода хорошо дополняют друг друга.

## **II. ЭФФЕКТЫ РАЗМЕРНОГО КВАНТОВАНИЯ В СЛОЯХ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ**

Пленки — далеко не единственный объект исследования квантового размерного эффекта. Для создания двумерных (или квазидвумерных) электронных систем совсем не обязательно ограничивать размеры образца. Достаточно локализовать электроны в некоторой области пространства (потенциальной яме), и если ширина этой области будет порядка электронной волны де Бройля, то в ней при определенных условиях (о которых речь шла выше) можно будет наблюдать квантовый размерный эффект. При этом размер образца никак не

связан с размером потенциальной ямы и может быть сколь угодно большим.

Свойства двумерных электронных систем такого типа, а именно: электронов, удерживаемых у поверхности массивного полупроводника или у границы раздела двух полупроводников, и составят предмет обсуждения данного раздела.

## 1. Двумерный электронный газ в инверсионных и обогащенных слоях на поверхности полупроводников

**Образование слоев пространственного заряда в системах металл—диэлектрик—полупроводник.** Указанные системы представляют собой конденсатор, промежуток между электродами которого заполнен диэлектриком с диэлектрической постоянной  $\epsilon$ . Одной из обкладок конденсатора является полупроводник, другой — металл. К конденсатору приложим напряжение такой полярности, чтобы металл зарядился положительно, а полупроводник — отрицательно. Величина заряда на обкладках связана с напряженностью электрического поля в конденсаторе простым соотношением;

$$\epsilon E = 4\pi e N_s,$$

где  $e$  — заряд электрона; а  $N_s$  — поверхностная концентрация заряженных частиц,  $\text{см}^{-2}$ .

Если поле в конденсаторе  $E \simeq 10^5$  В/см, а  $\epsilon = 5$  (типичное значение диэлектрической проницаемости диэлектрика), то  $N_s \simeq 2 \cdot 10^{11}$   $\text{см}^{-2}$ . В металле, где число электронов равно числу атомов и составляет  $\sim 10^{22}$   $\text{см}^{-3}$ , весь заряд, индуцируемый полем конденсатора,  $eN_s$ , размещается в одноатомном поверхностном слое толщиной  $\sim 10^{-8}$  см.

Концентрация свободных электронов в полупроводнике составляет  $\sim 10^{14} - 10^{18}$   $\text{см}^{-3}$ , что существенно меньше концентрации электронов в металле. Соответственно в поверхностном слое толщиной 1—10 Å в полупроводнике находится  $\sim 10^7 - 10^{10}$   $\text{см}^{-2}$  электронов, что также существенно меньше заряда, сосредоточенного на металлической обкладке конденсатора. Таким образом, электрическое поле конденсатора оказывается нескомпенсированным и проникает в глубь полупроводника, где создается объемный заряд.

Объемный заряд создается как свободными носителями — электронами и дырками, так и заряженными примесями — донорами или акцепторами. Рассмотрим для определенности полупроводник  $p$ -типа, в котором основными носителями заряда являются дырки, образованные за счет захвата электронов из валентной зоны акцепторными примесями (при этом акцепторы приобретают отрицательный заряд).

В глубине полупроводника выполняется условие нейтральности: концентрация дырок ( $p$ ) равна концентрации отрицательно заряженных акцепторов ( $N_A^-$ ). Под действием электрического поля конденсатора дырки стремятся уйти из слоя объемного заряда, и поверхность полупроводника заряжается отрицательно. Приближенно можно считать, что весь этот заряд создается отрицательно заряженными акцепторами, т. е.

$$N_s \simeq N_A^- L,$$

где  $L$  — толщина области объемного заряда. Оценки показывают, что  $L = 1$  мкм, если  $N_A^- \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

Распределение потенциала в конденсаторе, одной из обкладок которого является полупроводник (система металл — диэлектрик — полупроводник), показано на рис. 12, а. На рис. 12, б представлена энергетическая диаграмма, т. е. зависимость потенциальной энергии электронов от координаты, для полупроводника  $p$ -типа в таком конденсаторе. Рис. 12, б соответствует образованию обедненного свободными носителями (дырками) слоя объемного заряда на поверхности полупроводника.

До сих пор мы считали, что объемный заряд создается только за счет ухода дырок из поверхностного слоя под действием внешнего электрического поля  $E$ . Но это же самое поле  $E$  будет притягивать к поверхности электроны из глубины полупроводника. Так как в полупроводнике  $p$ -типа электроны не являются основными носителями, их концентрация  $n$  много меньше концентрации дырок  $p$  и концентрации заряженных акцепторов, поэтому вклада электронов в объемный заряд можно не учитывать до тех пор, пока  $N \ll N_A^-$ . Это условие выполняется, если потенциальная энергия на поверхности полупроводника  $eV_0$  (см. рис. 12, б) много меньше ширины запрещенной зоны  $E_g = E_c - E_v$ . Увеличение поля  $E$  в конденсаторе приводит к увеличению  $eN_s$  и  $eV_0$ .

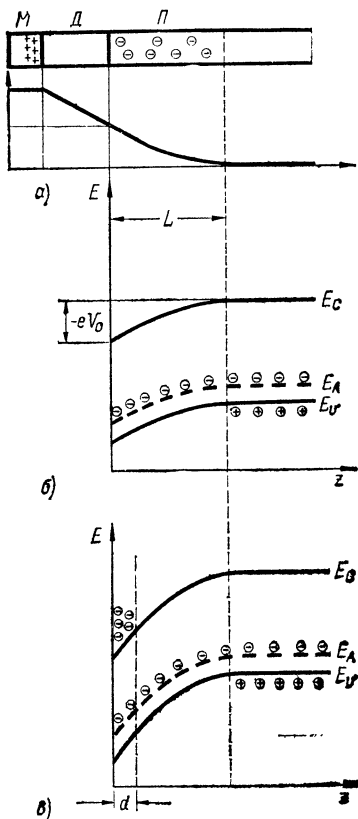


Рис. 12. Образование слоя объемного заряда на поверхности полупроводника: а — распределение потенциала в конденсаторе металл—диэлектрик—полупроводник; б — энергетическая диаграмма полупроводника  $p$ -типа, являющегося обкладкой конденсатора; в — схема образования инверсионного слоя на поверхности полупроводника  $p$ -типа

Соответственно возрастает сила притяжения электронов к поверхности, и при некотором значении  $eV_0$ , как правило большем  $E_g/2$ , вблизи поверхности возникает слой, концентрация электронов в котором сравнима с концентрацией дырок в глубине полупроводника или превышает ее.

Проводимость этого слоя сравнима по величине или превышает проводимость объема полупроводника, но создается носителями противоположного знака — такой слой называется *инверсионным*. Зонная диаграмма полупроводника  $p$ -типа с инверсионным слоем  $n$ -типа на поверхности представлена на рис. 12, в. Обычно толщина инверсионного слоя  $d \sim 100$  Å, т. е. составляет малую часть всей области пространственного заряда.

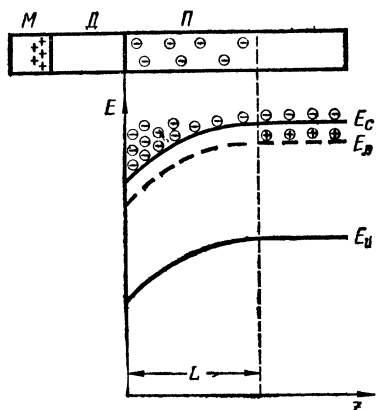


Рис. 13. Энергетическая диаграмма полупроводника  $n$ -типа с обогащенным слоем на поверхности

Наконец, возможен случай, когда концентрация основных носителей в полупроводнике увеличивается по мере приближения к поверхности. Это соответствует образованию приповерхностного *обогащенного* слоя. Энергетическая диаграмма полупроводника  $n$ -типа с обогащенным слоем на поверхности показана на рис. 13. Атомы доноров, поставляющие электроны в полупроводник  $n$ -типа, в глубине образца ионизованы и заряжены положительно. В обогащенном слое у поверхности доноры заполнены электронами и потому нейтральны. Весь заряд конденсатора создается в этом случае подвижными носителями, т. е. электронами.

**Условия квантования электронов в слоях пространственного заряда. Энергетический спектр и волновые функции электронов.** Носители заряда (в дальнейшем для определенности будем говорить об электронах) в инверсионном или обогащенном слоях локализованы в потенциальной яме, образованной потенциальным барьером на поверхности полупроводника, с одной стороны, и электростатическим потенциалом объемного заряда — с другой (см. рис. 12, *в* и 13). Эта потенциальная яма может быть достаточно узкой (сравнимой с эффективной длиной волны де Бройля для электронов), и тогда движение электронов в направлении, перпендикулярном поверхности (ось  $z$ ) будет квантоваться. Вдоль поверхности, т. е. в плоскости  $(x, y)$ , движение электронов остается свободным, и его можно описывать так же, как в массивных образцах. Таким образом электроны, лока-

лизованные в потенциальной яме на поверхности полупроводника, образуют квазидвумерный электронный газ. Энергетический спектр электронов разбивается на систему двумерных подзон. Энергия электрона в  $n$ -й подзоне равна

$$E_n(k) = \varepsilon_n + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y^*},$$

где  $\varepsilon_n$  — дискретный энергетический уровень, характеризующий движение по оси  $z$  (размерный уровень). Для определения  $\varepsilon_n$  необходимо знать, как зависит от  $z$  экстростатический потенциал  $\Phi$  инверсионного или обогашенного слоя.

В самом простом случае, когда электрическое поле в области пространственного заряда можно считать постоянным и равным полю на поверхности полупроводника  $E_s$  (приближение треугольной потенциальной ямы,  $\Phi(z) = -eE_s z$ ), энергия размерного уровня

$$\varepsilon_n \simeq \frac{1}{(2m_z^*)^{1/3}} \left[ \hbar e E_s \cdot \frac{3}{2} \pi \left( n + \frac{3}{4} \right) \right]^{2/3}, \quad n=0, 1, 2, \dots$$

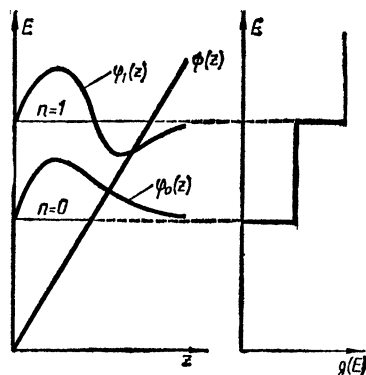
Здесь  $m_z$  — эффективная масса электронов, характеризующая движение по оси  $z$  в массивном кристалле.

Из этого выражения видно, что, чем больше электрическое поле  $E_s$ , тем больше расстояние между экстремами поверхностных подзон.

Волновая функция электрона, движущегося в приповерхностном канале, представляет собой произведение плоской волны, описывающей свободное движение электронов в плоскости  $(x, y)$ , и некоторой функции  $\varphi_n(z)$ , характеризующей распределение электронной плотности по оси  $z$ . Расположение энергетических уровней в треугольной потенциальной яме и качественный вид волновой функции  $\varphi_n(z)$  для  $n=0, 1$  показаны на рис. 14.

Отметим, что в случае треугольной потенциальной ямы основным состоянием (с наименьшей энергией) является состояние с  $n=0$ . Как указывалось в разделе I, в пленках состояния с  $n=0$  не существует, так как оно соответствовало бы бесконечно большой длине волны электрона. В инверсионном слое функция  $\varphi_n(z)$  не является стоячей волной, и поэтому состояние с  $n=0$  может быть реализовано. Справа на рис. 14 представлена зависимость плотности состояний от энергии. В каж-

Рис. 14. Расположение энергетических уровней и волновые функции электронов в треугольной потенциальной яме. Справа — зависимость плотности состояний от энергии



дой подзоне плотность состояний не зависит от энергии и равна

$$g(E) = \frac{\sqrt{m_x^* m_y^*}}{\pi \hbar^2}.$$

При низких температурах может возникнуть ситуация, когда только одна нижняя подзона (с  $n=0$ ) заполнена электронами. Двумерный характер электронного газа в этой ситуации проявляется наиболее ярко. Ее называют электрическим квантовым пределом. В кремниевых инверсионных слоях при температуре 4,2 К условия электрического квантового предела выполняются, если концентрация  $N_{inv} \lesssim 6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ .

Выясним теперь вопрос о возможности наблюдения на опыте эффектов размерного квантования в приповерхностных слоях полупроводников. Как уже указывалось выше, условия реализации квантового размерного эффекта сводятся к тому, чтобы расстояние между размерными (или поверхностными) подзонами, во-первых, было больше теплового размытия распределения электронов по энергиям, а во-вторых, превышало ширину уровня  $\hbar/\tau$ . Оценки показывают, что расстояние между размерными подзонами превышает 10 мэВ, если поле на поверхности полупроводника  $E_s \gtrsim 10^5 \text{ В/см}$ . Тепловое размытие распределения электронов по энергиям  $\sim 26 \text{ мэВ}$  при комнатной температуре, 7 мэВ — при температуре жидкого азота (78 К) и 0,4 мэВ — при температуре жидкого гелия (4,2 К). Таким образом, можно ожидать, что эффекты размерного квантования в системах металл — диэлектрик — полупроводник будут су-

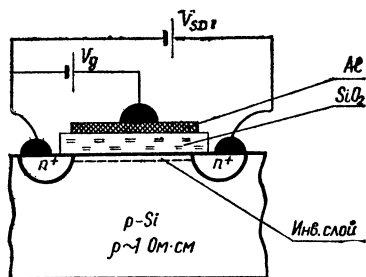


Рис. 15. Структура металл—диэлектрик—полупроводник на основе Si.  $V_g$  — управляющее напряжение,  $V_{sd}$  — напряжение «исток»—«сток»

ществены при низких температурах, если только размытие уровней за счет рассеяния не будет слишком велико.

Забегая вперед, скажем, что эти эффекты с полной достоверностью наблюдаются на опыте при температуре жидкого гелия в целом ряде полупроводников, и экспериментальные значения  $\hbar/\tau$  составляют  $\sim 1\text{—}3$  мэВ.

**Основные направления исследований свойств квазидвумерных электронных систем в инверсионных и обогащенных слоях.** Экспериментальные исследования свойств квазидвумерных электронных систем в слоях пространственного заряда на поверхности полупроводников были начаты в 1966 г. и к настоящему времени оформились в самостоятельную и обширную область физики твердого тела. Список полупроводников, на поверхности которых проводятся эти исследования, включает многие известные материалы. Однако наиболее важные результаты получены при исследовании квантовых эффектов в слоях объемного заряда на поверхности Si.

Пример типичной структуры металл — диэлектрик — полупроводник на основе Si показан на рис. 15. На поверхности кремния  $p$ -типа с типичным значением удельного сопротивления  $1\text{ Ом}\cdot\text{см}$  (концентрация акцепторов  $N_A \simeq 10^{16}\text{ см}^{-3}$ ) путем окисления при высокой температуре выращивается слой  $\text{SiO}_2$  толщиной  $\simeq 1000\text{—}5000\text{ \AA}$ , а на него напыляется пленка металла (как правило, Al), который служит второй обкладкой конденсатора. Согласно принятой терминологии металлический электрод такого конденсатора называют управляющим электродом, или затвором.

Как было показано выше, если напряжение на затворе положительно относительно Si, то вблизи грани-

цы раздела Si—SiO<sub>2</sub> образуется инверсионный слой *n*-типа. К инверсионному слою можно сделать омические контакты «исток» и «сток» (см. рис. 15), и тогда конденсатор превращается в триодную систему, в которой роль катода и анода играют контакты «исток» и «сток», а роль сетки — управляющий электрод. Омическими контактами могут служить *n*<sup>+</sup>-области на поверхности Si, изготовленные, например, путем сплавления индия. Концентрация доноров в этих областях составляет ~10<sup>20</sup> см<sup>-3</sup>.

Толщина инверсионного слоя много меньше толщины области объемного заряда (100 Å и 1 мкм соответственно). Между инверсионным слоем и подложкой, кремнием *p*-типа проводимости, расположен обедненный слой, который, по существу, является диэлектриком, так как практически в нем нет ни электронов, ни дырок. Наличие этого слоя позволяет независимо измерять проводимости поверхностного канала и объема. В этом — существенное отличие и преимущество структур с инверсионным слоем от систем, в которых на поверхности полупроводника образуется обогащенный слой.

Если в последних пропускать ток между истоком и стоком, то в него дадут вклад как электроны, локализованные в обогащенном слое, так и электроны в глубине полупроводника, и выделить поверхностную проводимость на фоне объемной становится чрезвычайно трудно, практически невозможно. Именно поэтому свойства двумерного газа электронов в обогащенных слоях исследуются экспериментально гораздо реже, чем в инверсионных слоях.

Основное преимущество структур металл — диэлектрик — полупроводник по сравнению с другими системами с двумерными электронами, например, с тонкими пленками, заключается в возможности управления поверхностной концентрацией электронов путем изменения напряжения на затворе.

Как уже указывалось, поверхностный заряд в полупроводнике создается отрицательно заряженными акцепторами обедненного слоя и электронами инверсионного слоя

$$eN_s = e(N_A^- L + N_{inv}),$$

причем инверсионный слой образуется только при определенном поверхностном потенциале, т. е. при определенном значении внешнего напряжения. Назовем поро-

говым напряжением инверсии  $V_{th}$  то значение внешнего напряжения, при котором все акцепторы обедненного слоя уже заряжены, а концентрация электронов  $N_{inv}=0$ , т. е.  $eN_s = eN_A L$ . При дальнейшем увеличении напряжения на затворе  $V_g$  увеличение отрицательного заряда полупроводника обеспечивается электронами инверсионного слоя, и  $N_{inv}$  линейно зависит от  $V_g$ .

Типичные интервалы изменения  $N_{inv}$  в кремниевых инверсионных слоях — от  $10^{10}$  до  $10^{13}$  см $^{-2}$ . Дальнейшее увеличение концентрации связано с созданием очень сильных электрических полей в конденсаторе, что, как правило, приводит к пробое диэлектрика. Значения  $N_{inv} < 10^{10}$  см $^{-2}$  практически невозможно измерить, так как заряд свободных электронов в этих условиях того же порядка или меньше заряда, локализованного на дефектах или примесях на границе раздела. Если концентрация электронов  $N_{inv} \gtrsim 5 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$ , электронный газ в инверсионных слоях на поверхности кремния при 4,2 К является вырожденным.

Остановимся теперь на вопросе о том, почему исследования квазидвумерного электронного газа в слоях объемного заряда на поверхности полупроводников представляют интерес.

Нет сомнения в том, что первоначально интерес к ним был вызван просто фактом обнаружения квантового размерного эффекта. В настоящее время двумерный электронный газ в слоях объемного заряда на поверхности полупроводников считается идеальной модельной системой для изучения тех физических явлений, которые трудно или невозможно исследовать в массивных образцах. К числу таких эффектов в первую очередь относятся эффекты, связанные со взаимодействием электронов, т. е. с неидеальностью электронного газа.

Из школьного курса физики известно, что идеальным считается газ, в котором можно пренебречь энергией взаимодействия между частицами по сравнению с их кинетической энергией. В электронном газе потенциальная энергия есть энергия кулоновского взаимодействия, пропорциональная  $1/r_s$ , где  $r_s$  — среднее расстояние между частицами. Мерой кинетической энергии в вырожденном газе электронов является энергия Ферми, которая растет с увеличением концентрации электронов пропорционально  $1/r_s^2$ .

При достаточно малых  $r_s$ , т. е. при больших концентрациях электронов, кинетическая энергия преобладает над потенциальной и вырожденный электронный газ близок к идеальному. Величину  $r_s$ , отсчитанную в единицах боровского радиуса, принято считать мерой неидеальности электронного газа. В идеальном электронном газе  $r_s \ll 1$ . В этом его отличие от классического газа, который является идеальным при малых концентрациях, когда среднее расстояние между частицами много больше размеров самих частиц.

Инверсионные слои на поверхности Si являются удобным объектом для исследования многоэлектронных эффектов (т. е. эффектов, обусловленных неидеальностью электронного газа), во-первых, потому, что электронный газ в них при типичных концентрациях электронов заведомо неидеален: изменению  $N_{inv}$  в интервале от  $10^{10}$  до  $10^{13}$  см<sup>-2</sup> соответствует интервал изменения  $r_s$  от 40 до 1. Во-вторых, степень неидеальности электронного газа можно управлять, меняя  $N_{inv}$  напряжением на затворе.

Согласно предсказаниям теории взаимодействие между электронами должно приводить к изменению параметров их энергетического спектра, например к зависимости эффективной массы от концентрации электронов в инверсионном слое. Экспериментально такая зависимость была получена из измерений температурной зависимости амплитуды осцилляций Шубникова—де Гааза. Было показано, что при увеличении  $N_{inv}$  от  $7 \cdot 10^{11}$  до  $3 \cdot 10^{12}$  см<sup>-2</sup> циклотронная масса уменьшается от 0,23  $m_0$  до 0,21  $m_0$  ( $m_0$  — масса свободного электрона), приближаясь к значению, характерному для массивных образцов кремния — 0,19  $m_0$ .

Исследовано также влияние межэлектронного взаимодействия на положение экстремумов размерных подзон. Расстояние между подзонами определялось по измерениям фотопроводимости, люминесценции и оптического поглощения в инфракрасном диапазоне. Экспериментальные результаты хорошо согласуются с расчетами структуры подзон, учитывающими многоэлектронные эффекты.

В системе взаимодействующих электронов возможны *коллективные эффекты*, когда электроны ведут себя не как изолированные частицы, а как спаянный взаимодействием единый коллектив. Одним из таких эффектов яв-

ляется предсказанная еще в 30-е годы Вигнером электронная кристаллизация, т. е. возможность упорядоченного (как атомов в кристалле) расположения электронов в пространстве.

Электронный, или вигнеровский, кристалл возникает в тех случаях, когда однородное распределение электронов в пространстве становится энергетически невыгодным из-за взаимодействия между ними. По оценкам, вигнеровский кристалл должен возникать при концентрациях электронов  $\sim 10^{20} \text{ см}^{-3}$  ( $r_s \sim 20$ ), что существенно меньше, чем в обычных металлах, но больше, чем в полуметаллах и вырожденных полупроводниках. Может быть, поэтому явление вигнеровской кристаллизации в твердых телах до сих пор экспериментально не обнаружено. Единственным прямым экспериментальным подтверждением предсказания Вигнера в настоящее время является наблюдение упорядоченного расположения электронов над поверхностью жидкого гелия.

В некоторых случаях в системе взаимодействующих электронов может возникнуть упорядоченное расположение другого типа — когда плотность электронов изменяется в пространстве по закону, близкому к синусоиде: возникает волна зарядовой плотности. Такие волны экспериментально наблюдались с помощью дифракции электронов, нейтронов и рентгеновских лучей в некоторых соединениях переходных металлов и в органических проводниках.

Уникальная возможность исследования коллективных эффектов в двумерных системах возникает при наличии квантующего магнитного поля, направленного перпендикулярно поверхности полупроводника. В этом случае, как уже отмечалось выше, энергетический спектр электронов становится полностью дискретным. Если электроны заполняют только нижний уровень и переходы на более высокие уровни запрещены (для этого необходимы низкие температуры, такие, чтобы  $kT \ll \ll \hbar\omega_c$ ,  $\Delta\epsilon_{n0} = \epsilon_n - \epsilon_0$ ), то практически вся энергия электронов — это потенциальная энергия взаимодействия. Кинетическую энергию электроны приобретают только по мере уширения уровней, причем максимальная кинетическая энергия электрона равна ширине уровня. Про такую систему говорят, что она *квазинульмерна*. Можно ожидать, что в квазинульмерных системах реализовать

коллективные эффекты существенно легче, чем в двумерном или трехмерном случаях.

Теоретические оценки показывают, что при температуре  $T=0$  в магнитных полях  $H \simeq 25$  Т вигнеровский кристалл будет устойчив при  $N_{inv} \lesssim 4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Температура «плавления» вигнеровского кристалла максимальна при  $N_{inv} \simeq 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и составляет, по оценкам,  $\sim 0,5$  К.

Волны зарядовой плотности могут существовать при значительно более высоких температурах и в меньших магнитных полях. Например, при  $H=10$  Т и  $N_{inv} = 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  состояние с волной зарядовой плотности будет устойчиво при  $T \lesssim 195$  К. При увеличении  $H$  до 25 Т и тех же значениях концентрации область существования волн зарядовой плотности простирается до комнатных температур.

Безусловно, эти оценки в большой степени носят качественный характер, тем не менее из них можно сделать вывод, что если для наблюдения вигнеровской кристаллизации необходимы экстремальные условия, то волны зарядовой плотности в двумерном электронном газе структур металл —  $\text{SiO}_2\text{—Si}$  могут существовать при разумных температурах и реально достижимых магнитных полях.

К сожалению, в настоящее время нет прямых доказательств наблюдения коллективных эффектов в квази-нульмерных системах, но есть эксперименты, которые хотя и косвенно, но недвусмысленно указывают на существование волн зарядовой плотности или вигнеровского кристалла. К ним относятся, например, аномальная температурная зависимость амплитуды осцилляций проводимости, наблюдавшаяся в инверсионных слоях на поверхности Si при температурах 1,5—20 К в магнитных полях 15 Т, или сужение линии циклотронного резонанса в магнитном поле  $H \simeq 15$  Т ( $T \simeq 1,5$  К), не поддающиеся объяснению в рамках одноэлектронной теории.

Заметим, что условие неидеальности электронного газа в инверсионных слоях выполняется в исследуемом интервале концентраций только для кремния. Для других полупроводников, в частности для полупроводников с узкой запрещенной зоной, из-за малости эффективной массы и большой диэлектрической проницаемости, в этом интервале концентраций  $r_s \ll 1$ .

При малых концентрациях электронов в инверсионном слое, т. е. при напряжениях на затворе  $V_g$ , близких к пороговому напряжению  $V_{th}$ , электроны испытывают сильное влияние случайного потенциала, обусловленного заряженными примесями, хаотически расположенными на границе раздела полупроводник — диэлектрик.

Наличие примесных атомов приводит к появлению дополнительных дискретных энергетических уровней в запрещенной зоне. Это связано с тем, что потенциальная энергия электрона в поле примесного атома отличается от потенциальной энергии в идеальном кристалле.

Методика управляемого легирования границы раздела Si—SiO<sub>2</sub> была разработана в 1975 г. американскими учеными Хартштейном и Фаулером. Разработка этой методики имела кардинально важное значение для развития исследований электронных свойств кремниевых инверсионных слоев, так как появилась возможность управлять интенсивностью потенциала случайным образом расположенных примесей.

Методика Хартштейна—Фаулера состоит в следующем: в процессе изготовления структуры металл — диэлектрик — полупроводник перед напылением металлической пленки, играющей роль затвора, на окисленную поверхность кремния наносится пленка NaCl. Под действием электрического поля в конденсаторе происходит дрейф ионов Na<sup>+</sup> к границе раздела Si—SiO<sub>2</sub>. Специальными экспериментами было доказано, что ионы Na<sup>+</sup> располагаются на расстоянии 3—4 Å от поверхности Si. Концентрацию ионов Na<sup>+</sup> можно было изменять в широких пределах — от  $1 \cdot 10^{11}$  до  $1,5 \cdot 10^{12}$  см<sup>-2</sup>.

Поскольку ион Na<sup>+</sup> заряжен положительно, он притягивает к себе электрон, и последнему энергетически выгодно локализоваться вблизи этого иона, нейтрализуя его. При этом энергия электрона уменьшается на величину  $E_i$ .

До тех пор пока концентрация ионов Na<sup>+</sup> ( $N_{Na}$ ) невелика, они расположены достаточно далеко друг от друга, и влияние каждого такого атома на свойства электронов не зависит от присутствия остальных. При увеличении  $N_{Na}$  волновые функции электронов, локализованных на примесях, начинают перекрываться, и в результате взаимодействия электронов, локализованных на разных атомах, дискретные уровни размываются в

зону. Как показали Хартштейн и Фаулер, это происходит при  $N_{\text{Na}} \gtrsim 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Среднее расстояние между ионами  $\text{Na}^+$  составляет при этом  $\sim 70 \text{ \AA}$ .

Если  $N_{\text{inv}} \lesssim N_{\text{Na}}$ , то все электроны инверсионного слоя при низких температурах оказываются локализованными на примесных уровнях. Из измерений температурной зависимости удельного сопротивления  $\rho$  при таких значениях  $N_{\text{inv}}$  был выяснен механизм проводимости по примесной зоне. Оказалось, что при температуре  $T > 20 \text{ К}$  проводимость осуществляется электронами, возбужденными с примесей в зону проводимости. При более низких температурах происходят перескоки электронов с одного атома примеси на другой — так называемая прыжковая проводимость. Были определены такие параметры, как длина локализации волновой функции электронов на примесном уровне, энергия ионизации примесных атомов  $E_i$  и ее зависимость от концентрации ионов  $\text{Na}^+$  и т. д. Знание этих величин и понимание механизмов прыжковой проводимости имеют огромное значение для развития такой области физики твердого тела, как физика неупорядоченных сред. Так как при исследовании инверсионных слоев в Si практически всеми экспериментальными параметрами можно управлять, электроны в инверсионных слоях можно рассматривать как модельную систему двумерной неупорядоченной среды. Электрические свойства неупорядоченных сред зависят от размерности пространства, поэтому сравнение результатов измерений в двумерном и трехмерном случаях позволяет проверить правильность предположений, на которых основана теория.

Одновременно исследования модельных систем помогают понять и интерпретировать экспериментальные результаты, полученные в материалах с неизвестными параметрами, таких, как сильно легированные и особенно аморфные полупроводники.

Мы рассказали далеко не про все направления исследований квазидвумерных электронных систем в слоях объемного заряда на поверхности полупроводников, выделив только самые, на наш взгляд, важные. В стороне остались такие эффекты, как образование сверхрешеток для двумерных электронов в инверсионных слоях на специальным образом ориентированных поверхностях Si; разогрев электронов в сильных электрических полях,

циклотронный и магнитофонный резонансы и многое другое.

В настоящее время исследования электронных свойств двумерных систем охватывают практически все эффекты, известные для массивных кристаллов. Ввиду того что эта область науки развивающаяся, на многие вопросы еще не получены окончательные ответы, не выяснены до конца возможности практического применения структур металл — диэлектрик — полупроводник с двумерным электронным газом. В качестве одного из главных направлений использования двумерных электронных систем следует отметить разработанный в последние годы прецизионный метод определения мировых постоянных на основе квантового эффекта Холла. Обсуждению этого метода ввиду его важности и будет посвящен следующий раздел.

## **2. Использование квантового эффекта Холла для прецизионного определения атомной постоянной тонкой структуры**

В 1980 г. появилось первое сообщение об открытии нового квантового эффекта в физике твердого тела — квантования холловского сопротивления в двумерных электронных системах. Исследования этого эффекта имеют важное значение не только для физики твердого тела, но и для всей физики в целом, так как они позволяют непосредственно определить постоянную тонкой структуры  $\alpha$ .

Постоянная тонкой структуры является фундаментальной физической константой, которая характеризует взаимодействие заряженных частиц с электромагнитным излучением. Впервые она была введена в 1916 г. Зоммерфельдом для объяснения тонкой структуры оптического спектра атома водорода и определялась как отношение скорости электрона на нижней боровской орбите к скорости света.

По величине  $\alpha$  приблизительно равна  $1/137$ , ее можно выразить в виде комбинаций других мировых физических констант, например постоянной Планка  $h$ , заряда электрона  $e$  и скорости света  $c$ :

$$\alpha = \frac{e^2 c}{2h}.$$

Постоянная тонкой структуры играет важную роль в квантовой электродинамике. Ввиду малости ее величины она во многих случаях используется в качестве малого параметра при построении приближенных теорий.

Экспериментальные методы определения  $\alpha$  основываются, как правило, на измерении эффектов взаимодействия элементарных частиц с электромагнитным излучением и сравнении результатов с теорией. В то же время для проверки правильности теорий квантовой электродинамики необходимо иметь независимые методы определения точного значения  $\alpha$ .

Квантование холловского сопротивления в двумерных системах и представляет собой новый, независимый способ определения  $\alpha$  из экспериментов совершенно иного типа по сравнению с использовавшимися ранее.

Прежде чем перейти к обсуждению самого метода; напомним, в чем состоит эффект Холла. Пусть проводник с током  $J$ , текущим вдоль оси  $x$  под действием внешнего электрического поля  $E$ , помещен в магнитное поле  $H$ , направленное по оси  $z$ . В направлении оси  $y$  на заряды в полупроводнике (электроны с зарядом  $-e$ ), движущиеся вдоль электрического поля со скоростью  $v$ , будет действовать сила Лоренца

$$F = -\frac{e}{c} v H.$$

Под действием этой силы электроны отклоняются от движения по оси  $x$  и скапливаются в правой части образца, заряжая ее отрицательно.

Соответственно левая часть образца заряжается положительно, и в образце в направлении, перпендикулярном как току, так и магнитному полю, возникает дополнительное электрическое поле  $E_H$  — холловское поле. Оно будет расти до тех пор, пока сила  $f = -eE_H$  не уравновесит силу Лоренца. Условие равновесия

$$eE_H = \frac{e}{c} v H$$

можно записать иначе. Если помножить обе части равенства на концентрацию электронов  $n$  и учесть, что  $env = j$ , где  $j$  — плотность тока, равная  $j = J/S$ , причем  $S = bd$  — площадь образца в плоскости  $(y, z)$ , то

$$E_H = \frac{env}{nec} H = \frac{J}{S} \cdot \frac{H}{nec}.$$

На опыте обычно измеряют разность потенциалов, возникающую между контактами, расположенными на противоположных поверхностях образца по оси  $y$ :

$$V_H = E_H b = \frac{1}{nec} \cdot \frac{1}{d} HJ.$$

$V_H$  носит название ЭДС Холла, коэффициент пропорциональности между  $V_H$  и  $J$  называется холловским сопротивлением  $R_H = H/necd$ . Величина  $1/nec = R$  — постоянная Холла. Более точный расчет, учитывающий распределение электронов по скоростям, несколько видоизменяет величину постоянной Холла:  $R = r/nec$ , где  $r$  — множитель порядка единицы, величина которого зависит от вида рассеяния электронов в полупроводнике.

Теперь поясним, как возникает ЭДС Холла в двумерном электронном газе в инверсионном слое, помещенном в квантующее магнитное поле, перпендикулярное его плоскости.

Как уже упоминалось выше, электронный газ можно считать двумерным, если выполняются условия электрического квантового предела, т. е. если электроны заполняют только нижнюю размерную подзону. Вопрос о проводимости двумерного электронного газа в квантующем магнитном поле уже обсуждался в разделе I. Там было показано, что осцилляции плотности состояний на уровне Ферми обуславливают осцилляции проводимости в зависимости от магнитного поля (эффект Шубникова—де Гааза). Те же самые причины, т. е. движение уровня Ферми относительно уровней Ландау, будут обуславливать осцилляции проводимости при изменении концентрации электронов в постоянном магнитном поле. В не слишком сильных магнитных полях, когда расстояние между уровнями сравнимо с их шириной, эти осцилляции практически синусоидальны. Для кремниевых инверсионных слоев такая картина имеет место при  $H \sim 2\text{—}5$  Т.

При увеличении магнитного поля расстояние между уровнями растет пропорционально  $H$ , а увеличение ширины уровней (из-за того, что магнитное поле влияет на рассеяние электронов) происходит более медленно, например, пропорционально  $\sqrt{H}$ . Поэтому в достаточно сильных магнитных полях плотность состояний представляет собой серию отдельных максимумов (энергети-

ческий спектр электронов при этом можно считать дискретным). Число электронов, которые могут поместиться на уровне Ландау, зависит от магнитного поля и равно  $\nu = eH/hc$ .

Проводимость поверхностного канала в зависимости от концентрации электронов (или напряжения на управляющем электроде  $V_g$ ) также должна иметь вид отдельных пиков, причем максимумы проводимости должны соответствовать таким значениям  $V_g$ , когда уровень Ферми совпадает с максимумом плотности состояний на уровне Ландау.

Для того чтобы пояснить эту зависимость, напомним сначала, с чем связано прохождение тока в металлах или полупроводниках. Движение электронов вдоль внешнего электрического поля в проводнике качественно можно представить себе следующим образом: под действием поля  $E$  электрон движется с ускорением  $-eE/m$ , увеличивая свою энергию до тех пор, пока при столкновении с дефектом решетки или примесным атомом не потеряет приобретенную энергию и направленную скорость. Затем он вновь ускоряется полем, процесс повторяется и т. д. Такое скачкообразное движение электрона можно приблизительно характеризовать некоторой средней скоростью упорядоченного движения  $v_d = l/\tau$ , где  $l$  — среднее расстояние, которое электрон проходит между столкновениями;  $\tau$  — время между столкновениями. Плотность тока  $j \simeq en v_d$ , где  $n$  — концентрация электронов.

Рассмотрим теперь механизм образования тока в системе с дискретным энергетическим спектром. Пусть управляющее напряжение таково, что на некотором уровне Ландау число электронов исчезающе мало. Максимальная энергия, которую они могут приобрести под действием электрического поля, по порядку величины составляет  $eEl \sim \Gamma$  ( $\Gamma$  — ширина уровня Ландау). Соответственно средняя скорость упорядоченного движения

$$v_d \sim \sqrt{\frac{2\Gamma}{m}}.$$

Ток, а следовательно, и проводимость в этом случае будут исчезающе малы, так как мало число электронов, способных двигаться вдоль поля.

По мере заполнения уровня Ландау (при увеличении  $V_g$ )  $v_d$  будет уменьшаться, потому что уменьшает-

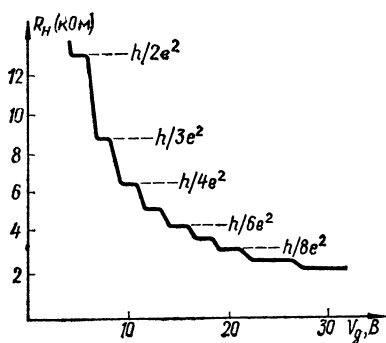


Рис. 16. Зависимость холловского сопротивления  $R_H$  от напряжения на управляющем электроде  $V_g$  для инверсионных слоев на поверхности Si. Магнитное поле  $H=18,9$  Т, температура 1,5 К

ся энергия, приобретаемая электронами под действием электрического поля. Число электронов на уровне Ландау, наоборот, будет увеличиваться. В результате проводимость будет иметь максимум, когда уровень Ландау заполнится наполовину. Наконец, когда уровень Ландау заполнится, свободных мест, куда могли бы переходить электроны, на нем больше не останется, и  $v_d$  стремится к нулю.

Конечно, электрон может перейти на следующий уровень Ландау, но для этого ему надо набрать энергию  $\sim \hbar\omega_c$ , что неосуществимо в слабом электрическом и в сильном магнитном полях. Поэтому проводимость электронной системы также падает до нуля.

При тех значениях  $V_g$ , когда проводимость стремится к нулю, холловское сопротивление согласно элементарному рассмотрению, проведенному выше, должно быть равно

$$R_H = \frac{H}{N_{inv} e c} = \frac{h}{e^2 i} ,$$

где  $N_{inv} = i v = i \frac{eH}{hc}$ ,  $i$  — число заполненных электронами уровней Ландау.

Экспериментальная кривая зависимости  $R_H$  от  $V_g$ , полученная впервые группой немецких ученых во главе с фон Клитцингом для инверсионных слоев  $n$ -типа на поверхности Si, показана на рис. 16. Эта кривая имеет ступенчатый характер, поэтому говорят о квантовании холловского сопротивления. На плато с большой точ-

ностью соблюдается соотношение  $R_H = h/e^2 i$ . При тех же значениях  $V_g$  проводимость практически равна нулю.

Существенно, что величина холловского сопротивления определяется только мировыми постоянными, причем в той комбинации, которая вместе со скоростью света определяет постоянную тонкой структуры  $\alpha$ .

Величину  $e^2/h$  можно определять из экспериментального исследования различных эффектов в двумерном электронном газе. Эта величина определяет, например, максимальные значения проводимости двумерного электронного газа в квантующем магнитном поле при условии, что электроны рассеиваются на точечных примесях. Однако квантовый эффект Холла замечателен тем, что величина холловского сопротивления на плато не зависит от геометрии образца, температуры и других условий эксперимента, а также от механизмов рассеяния электронов. Это подтверждают измерения на большом количестве образцов, полученных в разных лабораториях, с разной геометрией и разными свойствами границы раздела Si—SiO<sub>2</sub>.

Следует отметить, что для прецизионного измерения величины  $h/e^2$  из квантового эффекта Холла необходимо, чтобы как можно точнее выполнялось соотношение  $N_{inv} = iv$ . Экспериментальное выполнение этого соотношения проверяется по стремлению проводимости к нулю. В настоящее время за счет использования очень низких температур ( $\sim 1,5$  К) и сверхсильных магнитных полей (15—20 Т) при определении  $h/e^2$  достигнута точность  $\sim 10^{-7}$ . Постоянная тонкой структуры определяется при этом с точностью  $\sim 1,3 \cdot 10^{-6}$ . Этот уровень точности сравним с точностью других методов измерения  $\alpha$ .

Таким образом, новый метод определения  $\alpha$  из квантового эффекта Холла можно поставить в один ряд с уже известными методами. Преимущество этого метода в том, что для определения  $\alpha$  не используются теоретические представления квантовой электродинамики. Тем самым увеличивается число независимых результатов по определению постоянной тонкой структуры и появляется дополнительная информация, подтверждающая правильность наших представлений об окружающем нас мире.

### 3. Размерное квантование электронов в гетеропереходах $\text{GaAs—Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$

С 1979 г. начались исследования свойств квазидвумерного электронного газа в новых структурах: гетеропереходах  $\text{GaAs—Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ . В настоящее время в указанных структурах достигнуты рекордные значения подвижности электронов:  $\mu = 360\,000$ ,  $120\,000$  и  $8600$   $\text{см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  при температурах 4,2, 78 и 300 К соответственно. Значение  $\mu$  при температуре жидкого гелия (4,2 К) не только в 60 раз больше, чем в массивном GaAs при сравнимых концентрациях электронов, но и больше, чем в любом другом полупроводниковом материале. Получение таких высоких подвижностей стимулировало широкое развитие фундаментальных и в особенности прикладных исследований, так как появилась реальная возможность создания более быстродействующих активных элементов микроэлектроники по сравнению с существовавшими ранее.

**Условия реализации каналов для двумерных электронных систем в гетеропереходах.** Гетеропереходы представляют собой контакт двух различных полупроводников, в данном случае GaAs и сплава  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ .

Если два полупроводника соединены таким образом, что электроны могут свободно переходить от одного к другому, то после установления равновесия в обоих полупроводниках электроны должны иметь общий уровень Ферми. Это достигается за счет мгновенного перетока зарядов из полупроводника с меньшей энергией связи для электронов в полупроводник с большей энергией связи. Поскольку происходит передача заряда, один из полупроводников заряжается положительно, а другой — отрицательно, между ними возникает разность потенциалов, которая компенсирует различие в энергиях связи.

Мерой энергии связи электронов в веществе может служить энергия, которую необходимо сообщить электрону, находящемуся на уровне Ферми, для того чтобы он вышел из данного вещества в вакуум, — эта энергия носит название работы выхода  $W$ . Соответственно разность потенциалов, устанавливающаяся при достижении равновесия между двумя полупроводниками, приведенными в контакт,  $V_k$ , равна разности их работ выхода:

$$-eV_K = W_1 - W_2.$$

Заряд в полупроводнике может создаваться свободными электронами в слое объемного заряда у поверхности раздела и зарядом, локализованным на поверхностных состояниях, образованных примесями и дефектами решетки на границе раздела. Чтобы исследования гетеропереходов были эффективными и свойствами переходов можно было управлять, необходимо поверхностный заряд в полупроводниках создавать главным образом за счет свободных электронов. Это достигается, в первую очередь, выбором полупроводниковых пар с хорошо согласованными решетками.

Если постоянные решеток двух кристаллов, образующих гетеропереход, отличаются друг от друга, атомные слои, прилегающие к границе раздела, подвергаются сильной деформации. Деформация приводит к образованию дислокаций и других дефектов кристаллической решетки, способных захватывать электроны. При рассогласовании постоянных решеток на несколько процентов плотность состояний на границе раздела составляет  $\sim 10^{14} \text{ см}^{-2}$ , весь заряд, необходимый для установления равновесия на гетеропереходе, локализован на поверхностных состояниях и целиком определяет свойства гетероперехода. Поэтому в качестве гетеропереходных пар стараются выбирать полупроводники с возможно более близкими постоянными решетки. В этом смысле идеальной является пара  $\text{GaAs}-\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ( $x = 0,2-0,4$ ), рассогласование решеток в которой  $\sim 0,1\%$ . Гетероструктуры  $\text{GaAs}-\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  широко используются для изготовления оптоэлектронных приборов и полупроводниковых лазеров.

В гетероструктурах  $\text{GaAs}-\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  с двумерным электронным газом вблизи границы раздела  $\text{GaAs}$  обычно представляет собой материал  $n$ - или  $p$ -типа с концентрацией остаточных примесей  $\sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , а слой  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  легируется донорными примесями и имеет проводимость  $n$ -типа.

На рис. 17, а представлены энергетические диаграммы  $\text{GaAs}$   $p$ -типа и  $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$   $n$ -типа до их соприкосновения. Энергия отсчитывается от «уровня вакуума», т. е. минимальная энергия, которую может иметь электрон, вышедший в вакуум из полупроводника, равна нулю.

На этом рисунке показаны величины работ выхода

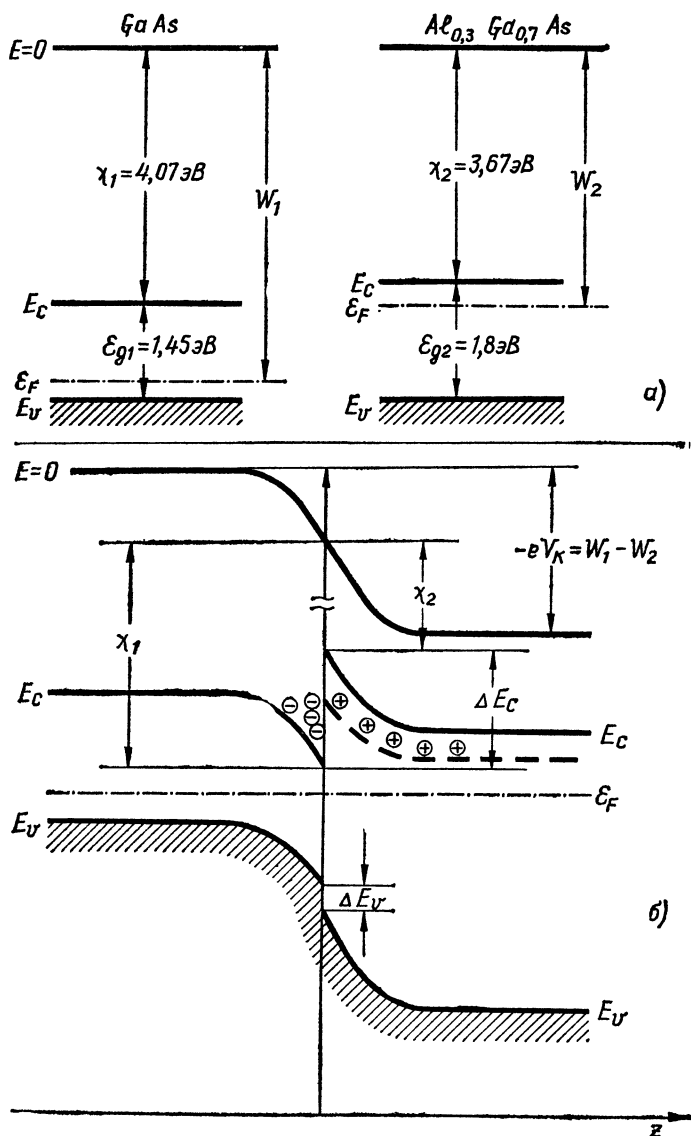


Рис. 17. Образование двумерного электронного газа в гетеропереходе GaAs—Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As: а — энергетические диаграммы GaAs *p*-типа и Al<sub>0,3</sub>Ga<sub>0,7</sub>As *n*-типа; б — энергетическая диаграмма гетероперехода *p*-GaAs—*n*-Al<sub>0,3</sub>Ga<sub>0,7</sub>As в равновесии

$W$  обоих полупроводников, отсчитываемые от уровня Ферми. Положение этого уровня в запрещенной зоне определяется из условий нейтральности и зависит от типа проводимости полупроводника и концентрации легирующих примесей. (В полупроводнике  $n$ -типа уровень Ферми всегда расположен в верхней половине запрещенной зоны, в полупроводнике  $p$ -типа — в нижней.) Следовательно, и работа выхода из полупроводника зависит от типа проводимости и от концентрации легирующих примесей. Для характеристики энергии связи в полупроводнике удобно ввести понятие электронного сродства. Оно определяется как энергия, необходимая для перевода в вакуум электрона с энергией, соответствующей дну зоны проводимости полупроводника. Электронное сродство — это параметр материала, не зависящий от уровня легирования. На рис. 17, *а* величина электронного сродства обозначена буквой  $\chi$ .

На рис. 17, *б* изображена энергетическая диаграмма гетероперехода  $p\text{-GaAs}/n\text{-Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$  в равновесии. Между полупроводниками установилась контактная разность потенциалов  $-eV_K = W_1 - W_2$ . Верхняя кривая — изменение потенциальной энергии электрона в направлении, перпендикулярном гетеропереходу. В слоях полупроводников, примыкающих к границе раздела, устанавливается электрическое поле  $E$ , под действием которого электроны из  $\text{AlGaAs}$  переходят в  $\text{GaAs}$ , и в  $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$  у границы раздела образуется положительно заряженный слой, обедненный электронами. Положительный заряд в нем создается ионизированными донорами. В  $\text{GaAs}$  у границы раздела создается слой, обогащенный электронами (инверсированный по отношению к проводимости  $p$ -типа в объеме  $\text{GaAs}$ ). Положения дна зоны проводимости и потолка валентной зоны в зависимости от  $z$  повторяют ход потенциальной энергии электрона. На границе раздела  $\text{GaAs}-\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$  создается скачок энергии, соответствующей дну зоны проводимости  $\Delta E_c$ , обусловленный разными значениями электронного сродства в контактирующих материалах. Он равен 300 мэВ. Энергетический уровень потолка валентной зоны на гетеропереходе испытывает скачок в 55 мэВ.

У поверхности  $\text{GaAs}$  электроны удерживаются электрическим полем  $E$  в потенциальной яме, созданной электрическим потенциалом, с одной стороны, и скачком потенциальной энергии на границе раздела — с



счет использования техники селективного легирования получены те рекордные значения подвижности электронов, о которых шла речь выше.

**Свойства двумерного электронного газа в гетеропереходах.** Как уже указывалось, электроны в потенциальной яме у гетероперехода  $\text{GaAs—Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  при низких температурах образуют квазидвумерный электронный газ. Теоретические оценки показывают, что этот газ, как правило, является вырожденным. Действительно, плотность состояний в каждой размерной подзоне

$$g(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \simeq 2,8 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2} \text{ эВ}^{-1},$$

и уже при концентрациях  $N_s \simeq 2,8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  энергия Ферми составляет 10 мэВ, т. е. превышает среднюю тепловую энергию электронов  $kT$  при температуре жидкого азота.

Уменьшение плотности состояний (и, следовательно, увеличение энергии Ферми) по сравнению с  $g(E)$  для двумерного электронного газа на поверхности Si обусловлено малой величиной эффективной массы электронов в GaAs ( $m^* = 0,065 m_0$ ), примерно в 3 раза меньшей, чем в Si.

Для доказательства двумерности электронного газа в гетеропереходах используются результаты измерений эффекта Шубникова—де Гааза.

Если измерять проводимость, или магнитосопротивление) вдоль гетероперехода в зависимости от магнитного поля, направленного под углом  $\Theta$  к плоскости гетероперехода, то при изменении  $\Theta$  период осцилляций проводимости для двумерного газа электронов будет изменяться пропорционально  $\sin \Theta$ . Магнитное поле, направленное под углом к плоскости гетероперехода, можно разложить на две компоненты: перпендикулярную,  $H_{\perp} = H \sin \Theta$ , и параллельную границе раздела  $\text{GaAs—Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ,  $H_{\parallel} = H \cos \Theta$ . На квантование энергетического спектра двумерных электронов магнитным полем оказывает влияние только компонента  $H_{\perp}$ . В поле  $H_{\parallel}$  квантование будет существенно только в том случае, если диаметр ларморовской орбиты электрона в этом поле будет меньше ширины потенциальной ямы. В реально достижимых магнитных полях последнее условие не выполняется. Например, если ширина ямы

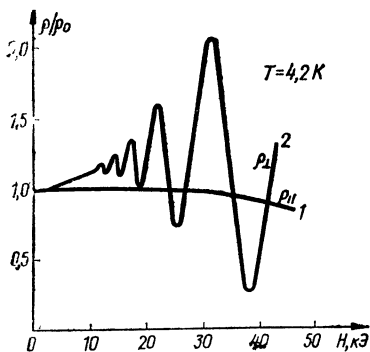


Рис. 19. Зависимость поперечного магнитосопротивления от магнитного поля в гетероструктуре. Кривая 1 — в магнитном поле, параллельном плоскости гетероперехода; кривая 2 — в магнитном поле, перпендикулярном плоскости гетероперехода. Температура  $T = 4,2 \text{ K}$

составляет  $d \sim 50 \text{ \AA}$ , то для того чтобы  $d$  было больше  $2r_L$ , необходимы поля  $H \gtrsim 60 \text{ T}$ .

На рис. 19 приведены экспериментальные кривые зависимости магнитосопротивления электронов в канале у гетероперехода  $\text{GaAs-Al}_{0,32}\text{Ga}_{0,68}\text{As}$  от магнитного поля, ориентированного как параллельного гетеропереходу (кривая 1), так и перпендикулярно ему (кривая 2). Исчезновение осцилляций сопротивления в параллельном поле и служит доказательством двумерности электронов. Такие же измерения используются для доказательства двумерности электронного газа в слоях объемного заряда на поверхности полупроводников.

Кривые, приведенные на рис. 19, получены в одной из пионерских работ по исследованию двумерного газа электронов в гетеропереходах, выполненной американскими учеными Цуем и Логаном.

Осцилляции магнитосопротивления в магнитном поле  $H = H_{\perp}$ , показанные на рис. 19, как и следовало ожидать, периодичны по обратному магнитному полю. Так как период осцилляций  $\Delta$  связан с поверхностной концентрацией электронов в канале соотношением

$$N_s = \frac{e}{\pi \hbar} \cdot \frac{1}{\Delta},$$

это позволило определить величину  $N_s$ . Она оказалась равной  $3,68 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . При таких значениях поверхностной концентрации выполнены условия электрического квантового предела. Энергетическое положение нижнего размерного уровня относительно дна зоны проводимости по оценкам составляет 13 мэВ.

Предварительные сведения о структуре размерных подзон в гетеропереходе получены также с помощью измерений рассеяния света.

В настоящее время основное внимание уделяется исследованию процессов рассеяния электронов в силу того, что именно эти исследования обеспечили получение рекордно высоких подвижностей электронов в гетероструктурах.

Подвижность электронов в канале зависит от их поверхностной концентрации, поэтому уже в первых работах была сделана попытка управления величиной  $N_s$ . В результате освещения гетероперехода видимым светом в течение нескольких секунд  $N_s$  изменялась от  $1,1 \cdot 10^{12}$  до  $1,6 \cdot 10^{12}$  см<sup>-2</sup>. Прогрев при  $T = 100$  К возвращал  $N_s$  к прежнему значению.

Позже на основе гетероперехода был создан полевой триод, в котором концентрация электронов изменялась внешним напряжением на затворе (так же, как в структуре металл — диэлектрик — полупроводник). Затвором служила металлическая пленка Al или сплава Ti—Pt—Al толщиной  $\lesssim 1000$  Å, напыленная на  $Al_x Ga_{1-x} As$  (см. рис. 18). Слой  $Al_x Ga_{1-x} As$  фактически является изолятором, разделяющим обкладки конденсатора (GaAs и затвор). Омические контакты «исток» и «сток», используемые для измерения проводимости двумерного электронного газа, получают сплавлением In или сплава Au—Ge/Au.

В приборах, аналогичных описанному выше, удавалось изменять поверхностную концентрацию электронов в интервале от  $7 \cdot 10^{10}$  до  $8 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup>. Зависимость подвижности электронов от поверхностной концентрации в таких приборах показана на рис. 20. Кривая 1 соответствует случаю, когда весь слой  $Al_x Ga_{1-x} As$  легировался примесями (4,2 К). Кривые 2 и 3 измерены при температурах 78 и 4,2 К в приборах, полученных с применением техники селективного легирования. Толщина слоя нелегированного  $Al_x Ga_{1-x} As$  составляла 165 Å. Видно, что применение техники селективного легирования увеличивает подвижность электронов примерно в 100 раз при прочих равных условиях. Увеличение подвижности с концентрацией соответствует рассеянию на заряженных примесях. При малых  $N_s$  взаимодействие электронов с положительно заряженными примесями происходит по закону Кулона. С увеличением концент-

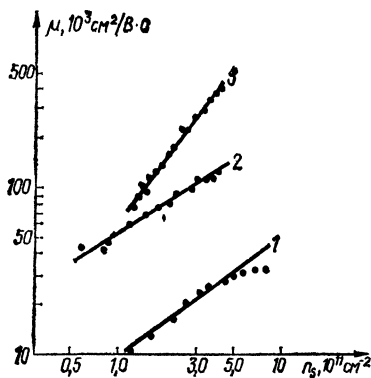


Рис. 20. Зависимость подвижности электронов в канале у гетероперехода от поверхностной концентрации электронов. Кривая 1 — толщина нелегированного слоя  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$   $L=0$ ,  $T=4,2$  К; кривая 2 —  $L=165$  Å,  $T=78$  К; кривая 3 —  $L=165$  Å,  $T=4,2$  К

рации электронов притягивающий потенциал примеси ослабевает за счет экранирования его свободными носителями и принимает вид

$$V(r) = \frac{e}{\epsilon r} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right),$$

где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость;  $r_0$  — радиус экранирования,  $r_0 \sim 1/N_s$ . Таким образом, с увеличением  $N_s$  радиус экранирования уменьшается, что приводит к дальнейшему ослаблению взаимодействия электронов с примесями. В результате подвижность увеличивается с ростом концентрации свободных электронов в канале.

В инверсионных слоях на поверхности Si подвижность электронов в зависимости от  $N_s$  имела максимум при  $N_s = 1,5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Уменьшение подвижности при больших концентрациях было обусловлено рассеянием на поверхностных неоднородностях. В гетероструктурах уменьшения подвижности  $\mu$  за счет этого механизма рассеяние не наблюдалось.

Считается, что отсутствие рассеяния на неоднородностях поверхности границы раздела  $\text{GaAs}-\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  позволит достичь значений подвижности электронов  $\mu \sim 10^6 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  при низких температурах.

Физические исследования двумерных электронных систем в гетеропереходах только начинаются. Ввиду того что гетероструктура  $\text{GaAs}-\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  обладает рядом преимуществ по сравнению со структурами металл — диэлектрик — полупроводник, можно надеяться, что при исследовании в основном тех же явлений,

что и в инверсионных слоях на поверхности Si, удастся обнаружить более тонкие эффекты. Такая возможность в первую очередь связана с отсутствием поверхностных состояний и дефектов из-за хорошего соответствия решеток GaAs и AlGaAs и подавлением примесного рассеяния с помощью техники селективного легирования, что обуславливает высокие значения подвижности электронов и, следовательно, малое уширение уровней за счет рассеяния  $\hbar/\tau$ .

Далее, малые значения эффективной массы в GaAs по сравнению с Si обеспечивают большую эффективность магнитного поля при реализации квантования Ландау. Это, в частности, приводит к тому, что квантование холловского сопротивления удастся наблюдать в магнитных полях  $\sim 8$  Т и при температуре 4,2 К. В кремниевых же инверсионных слоях, как мы говорили выше, измерения квантового эффекта Холла проводятся в магнитных полях 15—20 Т при температурах  $\sim 1,5$  К и требуют уникальной дорогостоящей аппаратуры.

Создание условий для измерений квантового эффекта Холла в гетеропереходах не представляет больших трудностей. Именно поэтому эффект квантования холловского сопротивления в гетеропереходах GaAs—Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As удобно использовать для создания стандарта сопротивления. В настоящее время уже экспериментально доказано, что точность, с которой выполняется соотношение  $R_H = h/e^2 i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) в гетеропереходах, превышает  $10^{-2}\%$ .

В заключение остановимся на первых экспериментальных результатах, указывающих на проявление коллективных эффектов в двумерной электронной системе в гетеропереходах.

Была измерена проводимость двумерного газа электронов в магнитных полях  $H \leq 21$  Т при температурах 4,2—10 К. В отсутствие магнитного поля проводимость не зависела от температуры, а в сильных магнитных полях, когда электроны заполняют только нижний уровень Ландау, причем степень его заполнения меньше единицы\*, появлялась экспоненциальная зависимость  $\sigma$  от

---

\* Указанная область магнитных полей определяется условием  $N_s / \nu = \frac{N_s c h}{e H} \lesssim 1$ , где  $\nu = \frac{e H}{c h}$  — число состояний на уровне Ландау (см. п. 2 настоящего раздела).

температуры. Эту зависимость интерпретируют как указание на возможность образования в электронной системе состояния типа вигнеровского кристалла или волны зарядовой плотности, так как в рамках одноэлектронной теории ее объяснить не удастся.

**Практическое использование гетероструктур с двумерным электронным газом.** Прикладные исследования двумерных электронных систем в гетеропереходах  $\text{GaAs—Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  развиваются по двум направлениям: создание полевых транзисторов и логических схем на их основе и использование эффектов разогрева электронов для создания генераторов СВЧ.

**Полевые транзисторы.** Эффект поля, т. е. изменение продольной проводимости полупроводника под действием внешнего поперечного электрического поля, известен в физике полупроводников практически с первых дней ее существования. В предыдущих разделах мы обсуждали различные аспекты фундаментальных исследований двумерного электронного газа с помощью эффекта поля. Здесь будут рассмотрены вопросы, связанные с практическим применением этого эффекта в микроэлектронике.

В п. 2 было показано, что система металл — диэлектрик — полупроводник из диодной превращается в триодную, когда у нее появляются контакты «исток» и «сток», позволяющие пропускать ток вдоль поверхностного канала в полупроводнике.

Важнейшим параметром прибора является крутизна управления  $G_m$ , характеризующая изменение тока между контактами в зависимости от управляющего напряжения. Она определяет скорость переключения устройства на основе полевых транзисторов. Крутизна управления, так же как крутизна вольт-амперной характеристики, зависит от подвижности электронов в поверхностном канале, поэтому можно ожидать, что полевые транзисторы с высоким значением подвижности электронов будут перспективны для создания быстродействующих интегральных схем.

В настоящее время в связи с получением рекордно высоких подвижностей для двумерных электронных систем в гетеропереходах  $\text{GaAs—Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  интенсивно ведутся разработки полевых транзисторов и логических схем на основе этих гетероструктур. Такие приборы получили специальное название: *HEMT (high electron mo-*

*bility transistor*) — транзистор с высокой подвижностью электронов.

Наилучшими параметрами на сегодняшний день обладает *HEMT* с так называемым коротким каналом (длина канала  $L_g = 2$  мкм, в то время как у первых *HEMT* длина канала была 400 мкм), созданный японской фирмой *Fujitsu*. Подвижность электронов в этом приборе при комнатной температуре составляет  $6000 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ , а при температуре жидкого азота (78 К) —  $20\,000 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ . Крутизна управления при 300 К —  $193 \text{ мА/В}$  на 1 мм затвора, а при 78 К увеличивается до  $409 \text{ мА/В} \cdot \text{мм}$ . Последнее значение выше, чем значение  $G_m$  для всех известных типов полевых транзисторов.

На основе *HEMT* с коротким каналом реализован 27-каскадный кольцевой счетчик с характерными временами срабатывания  $\tau = 56,6$  пс и  $17,1$  пс при 300 и 78 К соответственно. Это — наименьшее время срабатывания по сравнению с известными значениями для всех существующих логических схем, работающих при приемлемой с экономической точки зрения температуре жидкого азота 78 К. Оно сравнимо с временем срабатывания устройств на основе эффекта Джозефсона, работающих при температуре жидкого гелия (для них  $\tau = 13$  пс).

Предполагается, что уменьшение длины канала до 1 мкм и использование гетероструктур с подвижностью электронов в  $60\,000 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  позволит создать устройства со временем срабатывания  $\lesssim 10$  пс.

Использование эффектов разогрева электронов. Закон Ома, т. е. линейная зависимость тока от напряжения, выполняется в тех случаях, когда энергия, приобретаемая электронами под действием электрического поля, мала по сравнению со средней тепловой энергией,  $eEl \ll kT$  ( $l$  — путь, пройденный электроном между столкновениями, или длина свободного пробега). Средняя скорость упорядоченного движения при этом

$$v_d = \mu E \ll \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

С увеличением электрического поля энергия, получаемая электронами от поля, возрастает; следовательно, увеличивается средняя энергия электронов по сравнению с  $kT$ . Если среднюю энергию электронов характеризовать температурой, то «электронная температура» ( $T_e$ ) в

этих условиях будет выше температуры решетки. Поэтому говорят, что в сильных электрических полях происходит разогрев электронов. Средняя скорость упорядоченного движения «горячих» электронов возрастает тем медленнее, чем больше электрическое поле, и в полях  $E \gtrsim 1$  кВ/см вообще перестает зависеть от поля. Это обусловлено тем, что с увеличением средней энергии электронов возрастает интенсивность их рассеяния.

В системах с высокими подвижностями разогрев электронов происходит уже в достаточно слабых полях. Так, из измерений подвижности электронов двумерного газа в гетеропереходах в зависимости от электрического поля было получено, что эффекты разогрева существенны уже в полях  $\sim 10$  В/см при гелиевых температурах.

В сильных электрических полях в гетероструктурах GaAs—Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As можно реализовать условия возникновения отрицательного дифференциального сопротивления, что соответствует уменьшению тока при увеличении напряжения (если управляющей величиной является напряжение).

Элементы, обладающие вольт-амперной характеристикой с отрицательным дифференциальным сопротивлением, играют большую роль в радиотехнике, так как они являются обязательным элементом любой автоколебательной системы.

Возникновение отрицательного дифференциального сопротивления на вольт-амперной характеристике гетероперехода обусловлено переносом из GaAs в Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As горячих электронов, энергия которых превышает потенциальный барьер на границе раздела ( $\sim \Delta E_c$ ). В поверхностном канале в GaAs электроны обладают высокой подвижностью, а в слое Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As их подвижность примерно в 10—20 раз меньше. Чем больше электрическое поле, тем больше средняя энергия электронов и все большее число электронов переходит через потенциальный барьер в слой Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As. Происходит как бы эффективное торможение электронов, тем большее, чем сильнее поле. Ток начинает уменьшаться с увеличением напряжения — на вольт-амперной характеристике появляется область отрицательного дифференциального сопротивления.

Экспериментально было показано, что для возникновения отрицательного дифференциального сопротивления необходимы поля  $\sim 2$ —3 кВ/см при 78 К. Создан пер-

вый опытный образец генератора колебаний тока на основе описанного эффекта. Предельная частота работы такого генератора по оценкам составляет  $\sim 100$  ГГц.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели основные физические свойства двумерных электронных систем разного типа и возможности их использования на практике.

В заключение следует остановиться на сравнении свойств квазидвумерных систем в пленках, с одной стороны, и в приповерхностных слоях пространственного заряда в полупроводниках (структурах металл—диэлектрик—полупроводник и гетеропереход) — с другой.

Основное достоинство структур металл — диэлектрик — полупроводник заключается в возможности изменять внешним электрическим полем концентрацию электронов в инверсионных или обогащенных слоях в широких пределах (более чем в 100 раз). Это позволяет, как было отмечено, управлять физическими свойствами электронов в поверхностных каналах и исследовать эффекты, не доступные для изучения на массивных кристаллах.

Далее, толщина поверхностного канала для электронов в структурах металл — диэлектрик — полупроводник и гетеропереходах такова, что в исследуемом интервале концентраций и температур электроны заполняют не более 2—3 размерных подзон. В этих условиях наиболее ярко проявляется двумерный характер электронного газа, исследования же эффектов, для которых в принципе требуется заполнение многих подзон, в этих структурах затруднены.

В пленках, наоборот, изменением толщины легко добиться заполнения большого числа размерных подзон и проследить, как изменяются электронные свойства при переходе от двумерных к трехмерным системам. При этом в пленках, где абсолютное значение поперечного квазиимпульса не меняется со временем, т. е. является квантовым числом, удастся сохранить тот же язык описания энергетического спектра электронов (в том числе образные картины в пространстве квазиимпульсов), что и в массивном кристалле. С другой стороны, получение чисто двумерного электронного газа в пленках затруд-

нено в силу технологических причин — для этого требуются слишком тонкие пленки хорошего качества, которые трудно вырастить.

Резюмируя все изложенное выше, можно сделать вывод, что исследования квазидвумерных электронных систем и в пленках, и в слоях пространственного заряда на поверхности полупроводников, дополняя друг друга, позволяют получать интересные и очень ценные сведения о свойствах электронов в твердом теле.

Следует также отметить, что, помимо рассмотренных квазидвумерных электронных систем, существуют и иные (например, электроны в слоистых кристаллах или границы зерен в бикристаллах), но они менее изучены и поэтому здесь не обсуждались. По той же причине мы воздержались от рассмотрения одномерных систем, в которых могут быть реализованы условия размерного квантования (нитевидные кристаллы, вискерсы и т. п.).

## ЛИТЕРАТУРА

Каганов М. И., Лифшиц И. М. Квазичастицы. М.: Наука, 1976.

Лифшиц И. М., Азбель М. Я., Каганов М. И. Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971.

Луцкий В. Н. Квантовый размерный эффект в пленках твердых тел. — Природа, 1978, № 10.

Поверхностные свойства твердых тел. Сб, под ред. М. Грин. М.: Мир, 1972.

Семенчинский С. Г., Эдельман В. С. Полевой транзистор и постоянная тонкой структуры. — Природа, 1982, № 9.

---

**Вилия Наумович Луцкий,**  
**Татьяна Николаевна Пинскер**

## РАЗМЕРНОЕ КВАНТОВАНИЕ

Главный отраслевой редактор *Л. А. Ерлыкин*. Редактор *К. А. Кутузова*. Мл. редактор *Н. А. Сергеева*. Обложка художника *М. А. Дорохова*. Худож. редактор *М. А. Гусева*. Техн. редактор *Л. А. Солнцева*. Корректор *С. П. Ткаченко*.

ИБ № 6028

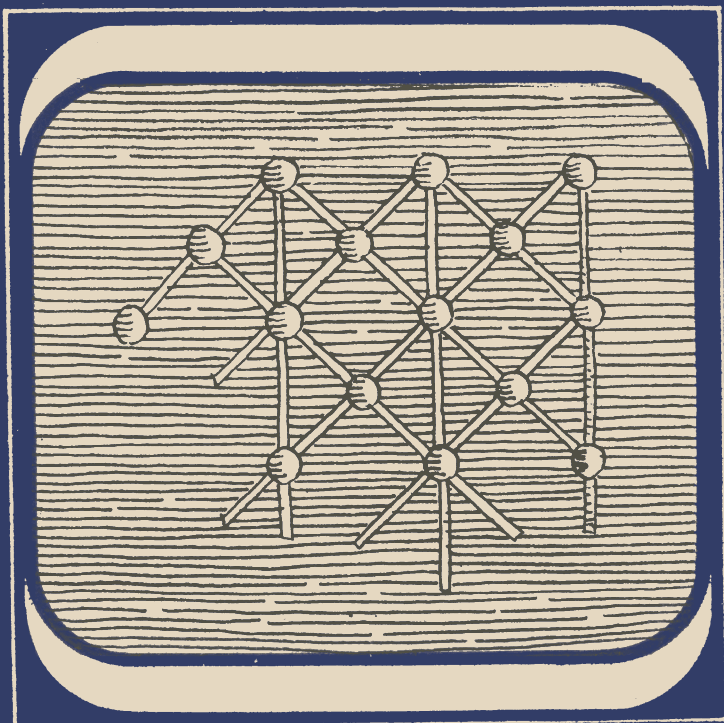
Сдано в набор 30.05.83. Подписано к печати 26.07.83. Т 11666. Формат бумаги 84×108/32. Бумага тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 3,36. Усл. кр.-отт. 3,57. Уч.-изд. л. 3,46. Тираж 33 130 экз. Заказ 1003. Цена 11 коп. Издательство «Знание». 101835, ГСП, Москва, Центр, проезд Серова, д. 4. Индекс заказа 834009. Типография Всесоюзного общества «Знание». Москва, Центр, Новая пл., д. 3/4.

## ДОРОГОЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Брошюры этой серии в розничную продажу не поступают, поэтому своевременно оформляйте подписку. Подписка на брошюры издательства „Знание“ ежеквартальная, принимается в любом отделении „Союзпечати“.

Напоминаем Вам, что сведения о подписке Вы можете найти в „Каталоге советских газет и журналов“ в разделе „Центральные журналы“, рубрика „Брошюры издательства „Знание““.

Цена подписки на год 1 р. 32 к.



СЕРИЯ  
**ФИЗИКА**